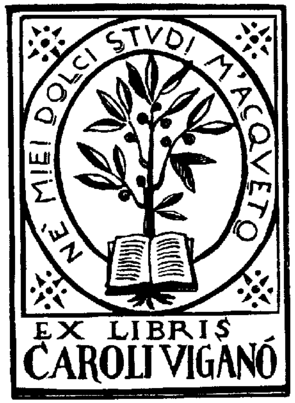

NÈ MIEI DOLCI STUDI M'ACQUETO
EX LIBRIS
CAROLI VIGANÓ

Laudate Deum omnes gentes, laudate eum omnes populi.

NVOVA
ALGEBRA
PROPORTIONALE,

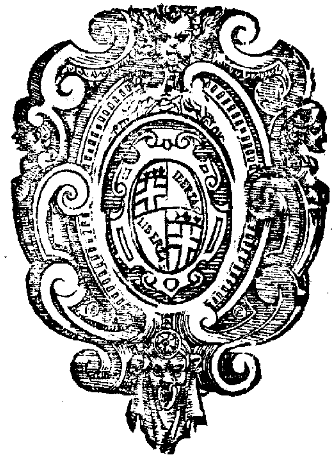
Doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij, quali gl'Illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi,

Et anco delli Trinomij con molte considerationi intorno à simili quantità.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI.

ALL'ILLVSTRISSIMO

SENATO DI BOLOGNA.



IN BOLOGNA, M. DC. XIX.

Appresso Sebastiano Bonomi.

Con Licenza de' Superiori.

Illustris. Signori, & Padroni colendiss.

L'ALGEBRA è dottrina dalla quale gl'intelletti esercitati nelli numeri,& linee possono di cõtinuo estrahersi marauigliose inuentioni,& applicabili alle occorrenze necessarie, & comode,onde in quest'opera mostrandosi come si troui la radice cuba di molti binomij quali da gl'illustri Scrittori si teneua non potere essere cubi, & anco d'alcuni Trinomij con altre considerationi in simili quantità, io sotto la protettione di questo Illustris. Senato benignissimo fautore,& benefattore de' letterati,& dotti,& al quale io deuo quanto da me può deriuare, la vengo à ponere in luce per ampliare questa Dottrina, come spero anco di fare con altre opere già composte, & che andarò componendo, mentre piacerà à N.S.Dio concedermene gratia; & pregando Sua Diuina Maestà ad accrescere di continuo le SS.VV.Illustris. di felicità.

Di VV. SS. Illustris.

Humilissimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

Tauola delle cose principali contenute in questa Opera.

LAVS DEO.

Virtutem posuere Dei sudore paranda.

CONTINVATIONE DELL'ALGEBRA PROPORTIONALE,

Doue oltre il dichiararsi i due vltimi Problemi del secondo Libro dell'ingegnossima Opera de' Zetetici, del dottissimo Signor Francesco Vieteo Mathematico Eccellentissimo, si mostrano molte sottili, & marauigliose inuentioni.

Dato il prodotto, che nasce à moltiplicare la differenza di due quantità nella differenza de' due quadrati loro, & anco il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma delle due quantità nella somma de' dui quadrati loro, trouare esse due quantità.

SIa il primo prodotto B. 32. & il secondo D. 272. Ponasi la somma de' lati essere A. 1. $\not{\!4}$; che $\frac{\text{B. 32.}}{}$ sarà il quad. della differenza delle due quantità, & $\frac{\text{D. 272.}}{\text{A 1. co.}}$ sarà $\frac{}{\text{A 1. co.}}$ la somma de' quadrati d'esse due quantità (*che se D. 272. nasce à moltiplicare la somma delle due quantità, nella somma de' dui quadrati loro, è necessario, che a partire esso D. per vno de' due moltiplicanti, cioè per la somma A. delle due quantità, ne venga l'altro d'essi dui moltiplicanti, cioè la somma de' quad d'esse due quantità. Et se il B 32. nasce a moltiplicare la differenza delle due quantità, nella differenza de' dui quadrati loro, ne segue similmente, che a partire esso B. 32 per la somma A. delle due quantità, ne venga il quadrato della differenza delle medesime due quantità (perche di due quantità poniamo 3. & 11. la differenza 112. de' loro quadrati 9. & 121. si troua moltiplicando la somma loro 14. via la differenza loro 8. Onde moltiplicando esso 112. differenza de' quadrati (prodotto da 8. & 14.) via 8. differenza de' lati, che fa 896. questo viene ad essere prodotto da 8. 8. & 14. cioè dal dutto della differenza nella differenza, moltiplicato nella somma d'esse quantità 3. & 11. ma il dutto della differenza 8. nella istessa differenza 8. è il quadrato d'essa differenza, cioè è 64. però l'896. nasce dal dutto del quadrato della differenza delle due quantità nella somma delle medesime due quantità, perilche esso 896. (che anco è fatto dalla differenza 8. delle due quantità nella differenza 112. de' quadrati loro) partendosi per l'vno di questi producenti, ò moltiplicanti, cioè per la somma 14. delle due quantità, l'auenimento douerà essere l'altro moltiplicaute, cioè il quad. 64. della differenza delle due quantità: Onde è chiaro, che il dutto della differenza 8. delle due quantità, nella differenza 112. de' quadrati loro, partito per la somma 14. d'esse due quantità, l'auenimento (64. è il quadrato della differenza 8. delle due quantità.) Ma il doppio della somma de' quad. delle due quantità, manco ò meno il quadrato della differenza d'esse due quantità fa tanto, ò vogliamo dire è tanto quanto il quadrato della somma delle due quantità (perche essendosi mostrato nella quinta operatione a facciate 56. che il quad. della somma di due quantità con il quad. della differenza delle istesse due quantità, sono eguali al doppio della somma de' quadrati delle medesme due quantità, ne segue, che da ciascuna banda leuandosi il quadrato della differenza delle due quantità, all'hora il solo quad. della somma delle due quantità, sarà eguale al doppio della somma de' quadrati, manco il quadrato della differenza delle due quantità) perilche il prodotto D. 272. due volte, partito per A 1. co. mãco il prodotto B. 32. partito per l'1. co. saria eguale al quadrato di A. 1. co. cioè ad 1. ce. (ò vogliamo dire* $\frac{\text{D. due volte}}{}$ *manco* B. *Cioè* $\frac{\text{D due volte m̃ B}}{\text{A.}}$ *cioè* $\frac{\text{544. m̃ 32.}}{\text{1. co.}}$ *ch'è* $\frac{\text{512.}}{\text{1. co.}}$ *sarà eguale al quad. di A. 1* $\not{\!4}$ A *cioè ad 1* $\not{z}$) A. onde per leuare il rotto moltiplicando ciascuna parte, ò quãtità per il denominatore, ò partitore comune A 1. 4 somma delle due quantità che si cercano; hauremo il doppio di D. manco il B. Eguale al cubo di A. somma delle due quantità cercate, cioè hauremo il doppio di D. mãco B. Eguale ad 1. 3. Onde si vede, che il doppio del prodotto della somma delle due quantità, nella somma de' quadrati d'esse due quautità, cauatone il prodotto della differenza delle due quantità, nella differenza de' quadrati loro è Eguale al cubo della somma delle due quantità. Però essendo D. 272. dal suo doppio 544. cauando il B. 32. il restante 512. sarà il cubo di A. somma delle due quantità, però la ℞ cuba di 512. cioè 8. sarà la somma delle due quantità. Dati dunque li prodotti B. 32. & D. 272. si trouano le due quantità. Perche sapendo essere 8. la somma delle due quantità, & D. 272. il prodotto d'essa somma 8. nella somma de' quadrati delle due quantità, si vede che a partire questo 272. B. per 8. somma delle due quantità, l'auenimento 34. deue essere la somma de' quadrati delle due quantità. Et hora sapendo la somma delle due quantità essere 8. & la somma de' dui quadrati loro essere 34. si trouaremo le due quantità nel modo mostrato nella sesta Operatione. Cioè dal doppio della somma de' quadrati delle due quantità, cioè dal doppio di 34. ch'è 68. si caui il quadrato della somma delle due quantità, cioè il quad. d'8. ch'è 64. & il restante 4. è il quad. della differenza delle due quantità, onde presa la ℞ di 4. ch'è 2. questo 2. è la differenza delle due quantita, che cauata da 8. somma, la mità del restante 6. cioè 3. sarà la quãtità minore, & però 5. sarà la maggiore, ouero essendo 8. la somma delle due quantità con esso 8. partendo B 32. l'auenimento 4. deue essere ò vogliamo dire è il quad. della differẽza delle due quantità (*come si è mostrato nel discorso superiore*) però essa differẽza è la ℞ di 4. cioè 2. onde le quãtità sono 4. (*mita di 8. somma loro*) m̃, la mità di 2. differenza loro, la minore cioè 3. & la maggiore 4. p̃ 1. cioè 5.

Dalle cose dette si può deriuare, ò estrahere la seguente Regola nelli quesiti simili.

Dato il prodotto (*& chiamisi B*) che nasce a moltiplicare la differenza di due quantità, nella differẽza de' dui quadrati loro. Et anco il prodotto (*& chiamisi D*) che nasce a moltiplicare la somma delle due quantità, nella somma de' dui quadrati loro; Per trouare quanto sia ciascuna delle due quantità.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante A. si pigli la ℞ cuba, & sia C (*qual C è sempre la somma delle due quantità*) *con esso C. si parta D. & sia l'auenimento A* (*quale A è sempre la somma de' quadrati delle due quantita*) *dal doppio di questo A. si caui il quadr. di C, & sia il restãte R. quale R è sempre il quad. della differenza delle due quantita.*) Questo R. si saria anco trouato subito partendo B. per C. che l'auenimento è l'R; Di questo R. si pigli la ℞ quadra, & sia S. quale S. sarà la differenza delle due quantità, essendo C. la somma loro, perilche la mità di S. si giunga, & caui alla mità di C, che li dui resultanti saranno le due quantità cercate; Et anco breuemente si potrà dire.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante si pigli la ℞ cuba, & sia C. con il quale C. si parta B. & dell'auenimento si pigli la ℞ quadra, & sia S. la mità del quale S. si gionga, & caui alla & dalla mità di C che i due resultanti saranno le due quantità cercate.

Di qui anco si può anco deriuare la Regola lineale.

Per darne essempio in pratica si potria dire.

Si vogliono fare dui Giardini quadrati tali, che moltiplicando la somma delle due grandezze loro, via la somma di dui suoi lati, facci a punto la grandezza d'vn campo lungo pertiche 17. & largo pertiche 16. Ma moltiplicando la differenza de' dui suoi lati, via la differenza delle loro grandezze, facci a punto la grandezza d'vn campo lungo pertiche 8. & largo pertiche 4. si domanda quanto sarà ciascuno d'essi dui Giardini per lato.

Delli dui campi le grandezze sono 272. & 32. però cõuiene trouare dui numeri tali, che la somma loro moltiplicata via la somma delli dui quad. loro facci 272. Et che la differenza loro moltiplicata via la differenza de' quadrati loro facci 32. Onde come insegna la regola; Dal doppio di 272. maggiore, cauaremo 32. minore, & del restãte 512. pigliaremo la ℞ cuba ch'è 8. (*& questo 8. è la somma de' dui lati de i dui Giardini*) *con il quale 8. si parta 32. & ne viene 4. del quale si pigli la rad. quadr. ch'è 2.* (*& questo 2. è sempre la differenza de i due lati de i due Giardini*); hora la mità di questo 2. si giunga, & caui alla mità del 4. detto, che i dui resultanti 3. & 5. saranno i dui lati de i dui Giardini, però diremo che l'vno sarà 3. pertiche per ciascun lato, & l'altro 5. pertiche per ciascun lato, & le loro grandezze saranno pertiche 9. & pertiche 25.

Hor veda lo Studente come applicando i quesiti astratti alle cose materiali, si possa conoscere la bellezza della Scienza, & mostrare che senz'essa saria impossibile a risoluere ancora quesiti Mecanici, che a prima vista non paiono molto difficili.

Si potria anco dire. Sono due Stanze quadrate tali, che fatto vn Pilastro egualmente grosso, la base del quale sia grande quanto il pauimento delle due Stanze insieme, & alto quanto è il

com-

composto delle due lunghezze d'esse Stanze, egli si troua contenere canne 272. cubiche, ò corporee di grandezza; Et fatto vn'altro Pilastro egualmente grosso tale, che la sua base sia quanto è differenza delle due superficie delle due Stanze, & l'altezza sia quanto è la differenza delle due lunghezze di dette due Stanze, egli è grande canne 32. corporee, si domanda la lunghezza di ciascuna delle due Stanze.

Et dicendosi essere B. 10. & D. 20. per trouare ciascuna delle due quantità. Dal doppio di 20. ch'è 40. si caui B. 10. che il restante 30. è il cubo della somma delle due quantità, perilche essa somma sarà ℞ cuba 30. con la quale si parta D. 20. cioè ℞ cuba 8000. dutto della somma delle due quantità nella somma de' loro quadrati, che l'auenimento ℞ cuba $\frac{800}{3}$. sarà la somma de' quadrati delle due quantità. Dal doppio della quale, ch'è ℞ cuba $\frac{6400}{3}$. si caui il quad. della somma delle due quantità, cioè il quad. di ℞ cuba 30. ch'è ℞ cuba 900. & resti ℞ cuba 2133 $\frac{1}{3}$. m̃ ℞ cuba 900. cioè ℞ cuba 33 $\frac{1}{3}$. (*che rad. cuba 900. in rad. cuba 2133* $\frac{1}{3}$. *ch'è rad. cuba* $\frac{6400}{3}$. *entra volte rad. cuba 2* $\frac{10}{27}$. *cioè volte rad. cuba* $\frac{64}{27}$. *ch'è* $\frac{4}{3}$. *ò vogliamo dire volte 1* $\frac{1}{3}$. *onde essa rad. cuba 900. in quello, che resta a cauarlo da rad. cuba 2133* $\frac{1}{3}$. *entrara vna volta manco, cioè entrara solo volte* $\frac{1}{3}$. *perilche moltiplicando questo* $\frac{1}{3}$. *via rad. cuba 900. cioè rad. cuba* $\frac{1}{27}$. *via rad. cuba 900. che fa rad. cuba* $\frac{900}{27}$. *cioè rad. c.* $\frac{100}{3}$. *cioè rad. c. 33* $\frac{1}{3}$. *questo sara il restante; ouero per cauare rad. cuba 900. da rad. cuba 2133* $\frac{1}{3}$. *riducendole a forma di rotto di vna istessa denominatione, haueremo rad. c* $\frac{2700}{3}$. *& rad. c* $\frac{6400}{3}$. *che per essere il 27. & il 64. centenari, numeri cubi, si vede subito, che rad. c* $\frac{100}{3}$. *entra nell'vna rad. c 27. volte, cioè 3. volte, & nell'altra rad. c 64. volte, cioè 4. volte, & però nella differenza loro entrara 1. volta, si che 1. volta rad. c.* $\frac{100}{3}$. *che fa pure rad. c.* $\frac{100}{3}$. *cioe rad. c. 33* $\frac{1}{3}$. *sara il restante cercato.* Et questo è il quadrato della differenza delle due quantità. (*Qual quadrato della differenza delle due quãtita si trouaria anco subito come s'è detto di sopra, partendo B. 10. per detta somma delle due quantita rad. c. 30. che ne viene* $\frac{10}{℞\,c.30}$ *cioè rad. c* $\frac{1000}{30}$. *ch'è rad. c.* $\frac{100}{3}$. *cioè rad. c 33* $\frac{1}{3}$.) Essa differẽza dunque delle due quãtità sarà la ℞ quadra della detta ℞ cuba 33 $\frac{1}{3}$. (*ò rad. cuba* $\frac{100}{3}$.) cioè sarà ℞ quadra cuba $\frac{100}{3}$. (*ò vogliamo dire rad. quadra cuba 33* $\frac{1}{3}$.) però la mità d'essa differenza delle due quantità sarà ℞ quadra cuba $\frac{100}{192}$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. che giunta, & cauata alla mità della somma delle due quantità, cioè alla mità di ℞ cuba 30. ch'è ℞ 3 $\frac{3}{4}$. o vogliamo dire ℞ cuba $\frac{30}{8}$. i dui resultanti ℞ c. $\frac{30}{8}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{100}{192}$. Et ℞ cuba $\frac{30}{8}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{100}{192}$. ò vogliamo dire ℞ cuba 3 $\frac{3}{4}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. Et ℞ cuba 3 $\frac{3}{4}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. saranno le due quantità.

(*Et posto B. 10. essendo poi D. 27. per trouare ciascuna delle due quantita. Noi pure come insegna la Regola da 74. doppio di D. cauaremo B. 10. & resta 64. la rad. cuba del quale cioè 4. è la somma delle due quantita con la quale partendo D. 37. l'auenimento 9* $\frac{1}{4}$. *è la somma de i quadrati delle due quãtita, dal doppio del quale, cioe da 18* $\frac{1}{2}$. *cauato 16. quad. di 4. somma delle due quantita resta 2* $\frac{1}{2}$. *ch'è il quad. della differenza delle due quantita. Qual 2* $\frac{1}{2}$. *anco si saria trouato subito partendo B. 10. per 4. somma delle due quantita, che pure ne viene 2* $\frac{1}{2}$. *quad. della differenza d'esse due quantita, però la rad. quadra di questo 2* $\frac{1}{2}$. *cioè rad. 2* $\frac{1}{2}$. *sara la differenza delle due quantita; essendo la somma delle medesime due quantita il 4. trouato di sopra, onde la mita d'essa differenza, cioe rad.* $\frac{5}{8}$. *gionta, & cauata a 2. mita del 4. somma loro, li dui resultanti 2. p̃ rad.* $\frac{5}{8}$. *& 2. m̃ rad.* $\frac{5}{8}$. *saranno le due quantita cercate.*

Et ben si vede, che i loro quadrati sono 4 $\frac{5}{8}$. *p̃ rad. 10. & 4* $\frac{5}{8}$. *m̃ rad. 10. la somma S. de quali è 9* $\frac{1}{4}$. *Ma la differenza T. de' quali è rad. 40. questa moltiplicata via la differenza delle due quantita, cioe via rad. 2* $\frac{1}{2}$. *fa rad. 100. cioe 10. ch'è il B. dato come si ricerca: Ancora la somma S. 9* $\frac{1}{4}$. *moltiplicata via la somma delle due quantita, cioe via 4. fa 37. ch'è il medesmo 37. ch'è il D dato come pure si conuiene.*)

Le due quantità trouate con B. 10. & D. 20 sono ℞ cuba 3 $\frac{3}{4}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. Et rad. cuba 3 $\frac{3}{4}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$.

La differenza loro è ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. due volte cioè ℞ quadra cuba $\frac{1600}{48}$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{100}{3}$. cioè ℞ quadra cuba 33 $\frac{1}{3}$.

La somma loro è ℞ cuba 3 $\frac{3}{4}$. due volte cioè ℞ cuba 30.

Il quad. della quantità maggiore si compone da ℞ cuba $\frac{225}{16}$. & da ℞ cuba $\frac{25}{48}$, ch'è ℞ cuba $\frac{675}{48}$. p̃ ℞ cuba $\frac{25}{48}$. che il numeratore 25. nel numeratore 675. entra volte 27. & è ℞ cuba, cioè entra volte ℞ cuba 27. ch'è quanto 3. però giontoli 1. fa 4. & questo 4. ch'è ℞ cuba 64. moltiplicato via ℞ cuba $\frac{25}{48}$. fa ℞ cuba $\frac{1600}{48}$. cioè ℞ cuba $\frac{100}{3}$. cioè ℞ cuba 33 $\frac{1}{3}$.

Et di più vi è il doppio del dutto di radice cuba 3 $\frac{3}{4}$. in radice quadra cuba $\frac{25}{48}$. ò vogliamo dire il dutto di radice cuba 30. in radice quadra cuba $\frac{25}{48}$. Però

Il quad. della quantità maggiore è r.c. 33 $\frac{1}{3}$. p̃ il dutto di r.c. 30. in r.q.c. $\frac{25}{48}$.

Il quad. della quantità minore è r.c.33 $\frac{1}{3}$. m̃ il dutto di r.c.30. in r.q.c. $\frac{25}{48}$.

Onde la somma de' dui quad. delle due quantità è r.c.33 $\frac{1}{3}$. due volte, cioè r.c. $\frac{800}{3}$. ch'è r.c. 266 $\frac{2}{3}$. quale somma de' quad. moltiplicato nella sôma delle due quâtità, ch'è r.c.30. fa r.c.8000. cioè 20. come si propone.

La differêza de' quad. delle dette due quantità è il dutto di r.c.30. in r.q.c $\frac{25}{48}$. due volte, cioè il dutto di r.c. 240. in r.q.c. $\frac{25}{48}$. cioè il dutto di r.q.c. 57600. in r.q.c. $\frac{25}{48}$. cioè il dutto di r.q.c. 1200. in r.q c.25. ch'è r.q.c. 30000. Il che moltiplicato nella differenza delle due quantità, ch'è r.q.c.33 $\frac{1}{3}$. cioè r.q.c. $\frac{100}{3}$. fa r.q.c. 1000000. cioè r.c. 2000. cioè 10. B. come si propone; Perilche siamo sicuri d'hauere bene operato, & le due quantità trouate essere apunto quelle, che si domandauano.

Se vorremo trouare la proportione, che hanno delle due quantità trouate, la maggiore alla minore, cioè r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. a r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. potremo operare così.

Delle due parti del Binomio, che descriue la q. maggiore, poniamo per comodità, che la parte minore r.q.c. $\frac{25}{48}$. douenti la vnità, cioè 1. & veggasi, che douentarà la parte maggiore r.c.3 $\frac{3}{4}$. che perciò riducendola anch'ella a r.q.c. ella sarà r.q.c. $\frac{225}{16}$. cioè (*riduttala per comodità alla denominatione dell'altra*) sarà r.q.c. $\frac{675}{48}$. che in essa la rad.q.c. $\frac{25}{48}$. (*cioè r.q.c.25. in r.q.c. 675.*) entra p̃ r.q.c.27. cioè a partire r.q. $\frac{675}{48}$. p̃ r.q c. $\frac{25}{48}$. ò vogliamo dire (*lassando il denominatore comune 48.*) a partire r.q.c.625. p̃ r.q.c.25. ne viene r.q.c.27. ch'è r.q.3. onde la parte maggiore del binomio sarà r.q.3. quando la parte minore sia 1. & però esso binomio sarà r.3. p̃ 1. Perilche se r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. si riduce a r.3. p̃ 1. Il Residuo r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. si ridurra al residuo r.3. m̃ 1. Et così dalla quâtità maggiore alla minore, sarà come da r.3. p̃ 1. a r.3. m̃ 1. Et se anco vorremo ridurle a proportione, che habbi l'antecedente rationale, potremo moltiplicare l'antecedente r.3. p̃ 1. ch'è binomio per il suo residuo r.3. m̃ 1. Et anco per l'istesso residuo moltiplicare il consequête r.3. m̃ 1. Et si ridurranno a 2. & a 4. m̃ r.12. Onde dalla quantità maggiore alla minore, sarà come da 2. a 4. m̃ r.12. Et anco partêdo per 2. per ridurre l'antecedente all'vnità, haueremo per antecedente 1. & per consequente 2. m̃ r.3. che mostranô la proportione ch'è della quantità maggiore alla minore.

Et se vorremo ridurre la parte minore cioè il consequente ad 1. perche dalla parte minore alla maggiore è come da 2. m̃ r.3. ad 1. moltiplicaremo l'antecedente, ch'è residuo per il suo binomio 2. p̃ r.3. & fa 4. m̃ 3. cioè 1. per nuouo antecedente, & medesimamente moltiplicaremo il consequente 1. per l'istesso binomio 2. p̃ r.3. & fa 2. p̃ r.3. & questo è il nuouo consequête, perilche si dirà, che dalla quantità minore alla maggiore è come da 1. a 2. p̃ r.3.

Ma per ridurre la maggiore alla vnità al modo ordinario, & trouare, che douentaria, ò a che si ridurria la minore, cioè che cosa habbi da essere la parte minore, quando la maggiore sia 1. si dirà per la Regola del Tre (*ò vogliamo dire delle 4. quantità proportionali.*)

Per r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. partasi
via r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. suo residuo
fa r.c. $\frac{225}{16}$. m̃ r.c. $\frac{25}{48}$.
cioè r.c.4 $\frac{1}{6}$. (*ch'è il doppio di r.c. $\frac{25}{48}$.*)
che a cauare r.c. $\frac{25}{48}$. da r.c. $\frac{225}{16}$. cioè da r.c. $\frac{675}{48}$. a lei tripla, resta solo il doppio d'essa r.c. $\frac{25}{48}$. cioè r.c. $\frac{200}{48}$. ch'è r.c.4 $\frac{1}{6}$.

r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$.
via r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$.
r.c. $\frac{225}{16}$. p̃ r.c. $\frac{25}{48}$.
ch'è in somma r.c. $\frac{1600}{48}$. cioè r.c. $\frac{100}{3}$. cioè r.c. 33 $\frac{1}{3}$. perche rad. c. $\frac{25}{48}$. in rad. c. $\frac{225}{16}$. entra volte rad. c.27. cioè volte 3. però nella somma loro entrarà 4. volte, onde r.c. $\frac{25}{48}$. via 4. cioè via r.c.64. (*ch'è quâto r.c.* [illegible] *via r.c.4.*) & fa r.c.33 $\frac{1}{3}$. sarà la somma loro.

Ancora (*per la somma delli prodotti delle due moltiplicationi in croce*) al doppio di r.c.3 $\frac{3}{4}$. e r.c.30. cioè r.q.c. 900. quale moltiplicato via m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. che resulta (*schisando per comodità*) l'istesso, ch'è r.q.c. $\frac{25}{16}$. via r.q.c. 300. fa r.q.c. $\frac{7500}{16}$. cioè r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. & è m̃, quale cô la r.c.33 $\frac{1}{3}$. (*somma delle altre due moltiplicationi*) fa r.c.33 $\frac{1}{3}$. m̃ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. per il prodotto cercato, quale si parte per r.c.4 $\frac{1}{6}$. & ne viene 2. m̃ r.3.

r.c.4 $\frac{1}{6}$. | r.c.33 $\frac{1}{3}$. m̃ r.q.c.468 $\frac{3}{4}$.
r.c. $\frac{25}{6}$. | r.c. $\frac{200}{6}$. m̃ r.q.c. $\frac{16875}{36}$.
r.q.c. $\frac{625}{36}$. | r.c.8. m̃ r.q.c. 27
cioè 2. m̃ r.q.3.

Se r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. douenta 1. che douentaria r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. Onde moltiplicando la vnità (*seconda delle 3. quantità, in questa regola del 3.*) con la terza, il prodotto sarà la istessa terza, quale si partirà per la prima secondo l'arte, cioè moltiplicâdo il partitore ch'è binomio per il suo residuo (*acciò se ne produca vn partitore simplice, cioè non binomio,*) & anco per il medesimo residuo moltiplicando la quantità da partire per seruare sempre la proportione me-
desma

medesma nelle due quâtità partitore cioè, & da partire) che il partitore douêtarà r.c.4 $\frac{1}{6}$. (*quâtità simplice, cioè d'vn sol nome*) & la quâtità da partire douêtarà r.c.33 $\frac{1}{3}$. m̃ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. Onde hora a partire questa per il partitore r.c.4 $\frac{1}{6}$. quâto alla r.c.33 $\frac{1}{3}$. ne viene r.c.8. cioè 2. Et quanto alla r.q.c.468 $\frac{3}{4}$. (*ch'è m̃*) ridurremo il partitore r.c.4 $\frac{1}{6}$. a r.q.c. & sarà r.q.c. $\frac{625}{36}$. che in r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. cioè in r.q c. $\frac{1875}{4}$. cioè in r.q.c. $\frac{16875}{36}$. cioè (*lassando il comune denominatore*) r.q.c.625. in r.q.c. 16875. entra volte r.q.c.27. ch'è r.q.3. però a partire m̃ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. per r.q.c.4 $\frac{1}{6}$. ne viene m̃ r.3. onde il totale auenimêto sarà 2. m̃ r.3. & questa è la parte minore, quâdo la maggiore sia 1. cioè delle due quâtità, la proportione della maggiore alla minore è come da 1. a 2. m̃ r.3. ò côuersamête dalla minore alla maggiore, come da 2. m̃ r.3. ad 1. Et se li principiâti per essercitarsi nelle operationi numerali di questa sorte, vorranno fingendo di farne proua, ò chiarirsi se veramente le due quantità dette, hanno fra loro la sopradetta proportione, potranno dire; Douendo perciò essere r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. & r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. & 1. & 2. m̃ r.3. quattro quantità proportionali (*che si dice dalla prima alla seconda, essere la proportione, ch'è dalla terza alla quarta.*) conuiene che a moltiplicare la prima r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. via la quarta 2. m̃ r.3. facci quanto è il prodotto della secôda r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. nella terza 1. qual prodotto è la medesma seconda r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. ma a punto il dutto della prima nella quarta è r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. come si vede in margine, però siamo sicuri d'hauere operato bene, & che la proportione trouata conuiene veramente alle due quantità già stabilite.

℞ c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.
via ℞ 2. m̃ ℞ 3.
Prodotto. ℞ c.30. p̃ ℞ q.c.33 $\frac{1}{3}$.
m̃ ℞ q.c.379. $\frac{11}{16}$. m̃ ℞ c.3 $\frac{3}{4}$.

A cauare ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. da ℞ c.30. suo doppio, resta ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. Et a cauare r.q.c.33 $\frac{1}{3}$. da ℞ q.c.379. $\frac{11}{16}$. (*a lei sesquialtera, cioè che la contiene 1 $\frac{1}{2}$.*) resta la mità d'essa ℞ q.c.33 $\frac{1}{3}$. cioè ℞ q.c. $\frac{25}{48}$. però il totale prodotto è ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$. come conuiene.

℞ c.3 $\frac{3}{4}$. è ℞ q.c. $\frac{225}{16}$. | m̃ ℞ 3. è m̃ ℞ q.c.27.
m̃ ℞ 3. è meno ℞ q.c.27. | via ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.
6075 | prodotto meno ℞ q.c. $\frac{225}{16}$.
prodotto meno ℞ q.c.379 $\frac{11}{16}$. | ch'è meno ℞ c. $\frac{15}{4}$. cioè meno ℞ c.3 $\frac{3}{4}$.

Cauisi ℞ quadra cuba 33 $\frac{1}{3}$. da ℞ quadra cuba 379 $\frac{11}{16}$.
100 6075
$\frac{1600}{48}$. in $\frac{18225}{48}$. entra volte $\frac{18225}{1600}$. cioè volte $\frac{729}{64}$. onde la minore ℞ q.c. entra nella maggiore ℞ q.c. per volte ℞ q.c. $\frac{729}{64}$. ch'è ℞ c. $\frac{27}{8}$. ch'è $\frac{3}{2}$. cioè volte 1 $\frac{1}{2}$. perilche essa minore entraria in quello, che resta a cauarla dalla maggiore 1. volta manco, cioè volte $\frac{1}{2}$. onde moltiplicando $\frac{1}{2}$. cioè ℞ q.c. $\frac{1}{64}$. via essa minore, ch'è ℞ q.c. $\frac{100}{3}$. fa ℞ q.c. $\frac{100}{192}$. cioè ℞ q.c. $\frac{25}{48}$. ch'è il restante cercato, & è meno, perche la quâtità maggiore è meno, & così vediamo, che a sommare ò mettere insieme ℞ q.c.33 $\frac{1}{3}$. & meno ℞ q.c.379. $\frac{11}{16}$. la somma ò côposto loro è meno ℞ q.c. $\frac{25}{48}$. & a sommare insieme ℞ c.30. & meno ℞ c. 3 $\frac{3}{4}$. fa ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. però la somma delli 4. partiali prodotti, che compôgono il prodotto totale, è ℞ c.3 $\frac{3}{4}$. meno ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.

Io vso molta diligenza in esporre minutamente queste operationi, acciò li principianti le intendano bene, & vi aquistino sicura prontezza; Che in ciò consiste gran parte dell'Arte de' numeri.

Il Cardano al Capitolo 66. numero 93. dell'Aritmetica, pone vn quesito simile, dicendo.

Trouinsi dui numeri, la differenza de' quali moltiplicata nella differenza de' quadrati loro facci 10. Et la somma d'essi dui numeri, moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 30. Et lo solue nel modo che segue, ampliato però, & dichiarato da noi (*che vsiamo ogni diligenza per il desio che habbiamo di giouare a gli Studenti*) come si vedrà.

Ponasi vn num. essere 1. co., & l'altro vna quantità, ò sia la vnità (*& si potria dire essere 1. A, ò simile*) sarà dunque la differenza 1. co. meno 1. (*supponendo 1. co. essere maggiore d'1.*) I loro quadrati sono 1. ce., & 1: che la differenza loro è 1. ce. meno 1. quale moltiplicata via la differenza de' dui numeri, ch'è 1. co. meno 1, produce 1. cu. meno 1. ce. meno 1. co. p̃ 1. Et questo deue essere mag-

maggiore minore
1.ꝛ 1
differenza 1.ꝛ meno 1.
1.ƶ 1
differenza 1.ƶ meno 1.
prodotto 1.ȝ meno 1.ƶ meno 1.ꝛ p̄ 1. Eguale a 10.
1.ȝ p̄ 1.ƶ p̄ 1.ꝛ p̄ 1. Eguale a 20.

eguale a 10. Dipoi moltiplicata la somma di detti numeri, cioe 1.ꝛ p̄ 1. via la somma de' suoi quadrati, cioe via 1.ƶ p̄ 1. fa 1.ȝ p̄ 1.ƶ p̄ 1.ꝛ p̄ 1. Et questo deue essere eguale a 20. Adunque perche 20. è doppio a 10. sarà 1.ȝ p̄ 1.ƶ p̄ 1.ꝛ p̄ 1. doppio ad 1.ȝ meno 1.ƶ meno 1.ꝛ p̄ 1. perilche 1.ƶ p̄ 1.ꝛ sarà l'$\frac{1}{3}$. d'1.ȝ p̄ 1. adunque 3.ƶ p̄ 3.ꝛ, sono eguali ad 1.ȝ p̄ 1. (*perche nelle due quantità 1.ȝ. p̄ 1.ce. p̄ 1.co. p̄ 1. Et 1.ȝ m̄ 1.ce. m̄ 1.co. p̄ 1. delle quali la maggiore è doppia alla minore, cioè quãdo la maggiore sia 2. la minore è 1. O quando la maggiore sia, ò importi 20. la minore sarà, ò importarà 10. considerãdo che elle deriuano, ò si può dire, che deriuano la minore dal cauare 1.ce. & 1.co. da 1.ȝ p̄ 1. poiche essa minore è 1.ȝ p̄ 1. m̄ 1.ce. m̄ 1.co. Et la maggiore dal giungere 1.ce. p̄ 1.co. a 1.ȝ p̄ 1. si conosce che se a questa quantità A. 1.ȝ p̄ 1. si giunge G. 1.ce. p̄ 1.co. se ne forma la maggiore. Ma se dalla istessa quantità A. 1.ȝ p̄ 1. si caua la medesma G. 1.ce. p̄ 1.co. se ne forma la minore, ma la maggiore essendo doppia alla minore, se poniamo la maggiore essere 20. la minore douerà essere 10. La G. dunque giunta ad A fa 20. ma cauata da A fa 10. Cioè 20. è A p̄ G. Et 10. è A. m̄ G. però la differenza di A. m̄ G. ad A. p̄ G sarà la istessa, ch'è da 20. a 10. ma questa è 10. & quella è G. due volte, cioè il doppio di G. (che a cauare A. m̄ G. da A. p̄ C. resta G. p̄ G.) però il doppio di G. importa 10. Onde esso G. simplice, importara solo 5. cioè la mità della differenza ch'è da 20. maggior quantita è 10. minore delle due date; Et perche A. 1.ȝ p̄ 1. giontoli G. 5. fa 20. conuiene che il solo A. 1.ȝ p̄ 1. sia quel 15. in che 20. supera G. 5. Onde quando la maggior quãtita sia 20. & la minore 10. conuiene che A. sia 15. & G. 5. Et perche 5. è l'$\frac{1}{3}$. di 15. vediamo che G. cioe 1.ce. p̄ 1.co. conuiene essere l'$\frac{1}{3}$. d'1.ȝ p̄ 1. Et che perciò 3.ce. p̄ 3. sono eguali ad 1.ȝ p̄ 1. Può dunque notare lo Studente, che se ad vna quantita A. si giunga, & caui vna istessa G. & essendo li dui resultanti somme, & restante S. & R. quãdo ci sia nota la proportione di S. ad R. si potra anco trouare la proportione di G. ad A. facendo la consideratione superiore; Che dicendosi per essempio ad A. 12. co. giunto G. 5. ne resulta S. 12. co. p̄ 5. Et cauato esso G. 5. da detta A. 12. co. ne resulta R. 12. co. m̄ 5. Et la proportione di S. ad R. è tripla super quadripartiens septima, cioè che ha per denominatore 3 $\frac{4}{7}$. si domanda, che conuenienza è da G. 5. ad A. 12. co.*

Noi essendo S. volte 3 $\frac{4}{7}$ quanto R. vediamo che posto S. 4 $\frac{4}{7}$. R. douera essere 1. Et per adoprare intieri, vediamo che posto S. 25. R. douera essere 7. ma S. è sempre maggiore di R. nel doppio di G. onde perche S. 25. è maggiore di R. 7. in 18. conuerrà che 18. sia il doppio di G. & che perciò G. sia la mita di 18. cioe 9. quando S. sia 25. ouero R. 7. Onde S. 25. cioe A p̄ G. saria A p̄ 9. perilche il solo A. è 16. cioe quel 16. in che S. supera G. 9. quando dunque G. è 9. A. deue essere 16. (ouero onde R 7. cioe A m̄ G saria A m̄ 9. perilche esso A è 16. cioe quel 16. che nasce a giungere 9. a 7.) & cosi vediamo, che la proportione di G ad A, è come di 9. a 16. Et per deriuarne la Regola considereremo che segnati S. & R. con i numeri, che mostrano la proportione loro, & hora sono posti essere 25. & 7. il G 9. è sempre la mita di 18. differenza loro, & A 16. e sempre la mita della somma loro (che A p̄ G; & A m̄ G. cioe S. & R. fanno per somma A p̄ A. cioe il doppio d'A) onde G ad A, conuersamente ha sempre la proportione, che ha la mita della differẽza di S. ad R. alla mita della sõma di S, & R, & perciò che la totale differẽza alla totale sõma; Onde di sopra quando ad A 1.ȝ p̄ 1. si giũse, et cauò G. 1.ce. p̄ 1.co. & ne deriuorno S. 1.ȝ p̄ 1.ce. p̄ 1.co. p̄ 1. & R 1.ȝ m̄ 1.ce. m̄ 1.co. p̄ 1. de' quali essendo S doppio ad R, posto S. 2. R. saria 1. la differẽza loro è 1 & la sõma 3. però da G ad A. cioe da 1.ce. p̄ 1.co. ad 1.ȝ p̄ 1. è come da 1. a 3. cioe G è l' $\frac{1}{3}$. di A. Et nell'essempio hora preso di S. 12. co. p̄ 5. & R. 12. co. m̄ 5. dicendo da S. ad R. essere come da 25. a 7. & però da G ad A, cioe da 5. a 12. co. douere essere come da 9. a 16. veniamo a dire, che quando S fusse 9. le 12. co. sariano 16. ma volendo che S numero reale sia 5. & non 9. le 12. co. non saranno 16. ma 8 $\frac{8}{9}$. onde la co. verria a valere $\frac{20}{27}$. Perilche 12. co. p̄ 5. sariano 13 $\frac{8}{9}$. per S. & 12. co. m̄ 5. sariano 3 $\frac{8}{9}$. per R, cioe S $\frac{125}{9}$. & R $\frac{35}{9}$. che hanno proportione come 125. a 35. ò come 25. a 7. ò come 3 $\frac{4}{7}$. ad 1. ch'è bene tripla super quadripartiens septima come si propose.)

Hora sapendo che 3. ce. p̄ 3. co. sono eguali ad 1.ȝ più 1. (per peruenire ad Equatione nota) partiremo ciascuna d'esse due quantita per 1. co. più 1. & ne deriuara 1. ce. m̄ 1. co. più 1. Eguale a 3. co. cioe 1. ce. più 1. Eguale a 4. co. (Et ciascuna delle due quantita 1.ȝ più 1. & 3. ce. più 3. co. si può schisare, ò partire per 1. co. più 1. Cioe 1. co. più 1. entra precise senza rotto in ciascuna d'esse due quantita, perche hauendo ȝ & ce. & numero accompagnati a dui a dui, ò con il più, ò cõ meno, & che l'vna coppia sia eguale all'altra, & che i dui numeri dell'vna coppia, siano eguali l'vno all'altro, & che anco i due numeri dell'altra coppia, ò parte dell'Equatione, siano pure

eguali

1. co. più 1. | 13.ȝ più 13.
13. ce. m̄ 13. co. più 13.
13.ȝ
13.ȝ più 13. ce.
resta m̄ 13. ce.
13. m̄ 13. ce.
m̄ 13. co. m̄ 13. ce.
resta 13.ꝛ più 13. nel quale

ꝛ 1. co. più 1. partitore entra precise 13. uolte, però l'auenimẽto è 13.ƶ m̄ 13.ꝛ p̄ 13
13. ce. più 13. Eguale a 21. co.
1. ce. più 1. Eguale a 1 $\frac{8}{13}$.

$\frac{2}{2}\ \frac{1}{6}$

da $\frac{4}{6}\ \frac{4}{7}\ \frac{1}{6}$. non si può cauare il numero 1. però la Equatione è impossibile.

eguali l'vno all'altro, con alcune auuertenze ancora, che nel progresso si conosceranno; all hora in ciascuna parte, entrarà precise 1. co. più 1. & cosi schisandoli, ò partendoli per 1. co. più 1. si ridurranno ad Equatione nota. Che per essempio; Hauendo 13.ȝ più 13. Eguali ad 8. ce. più 8. co. ciascuna d'esse due quantita si potra partire per 1. co. più 1. Che in 8. ce. piu 8. co. entra precise volte 8. co. Et in 13.ȝ piu 13. entra precise volte 13. ce. m̄ 13. co. piu 13. Et cosi si hauera 13. ce. m̄ 13. co. piu 13. Eguale ad 8. co. Cioe 13. ce. piu 13. Eguale a 21. co. quale Equatione è impossibile; Et bene si conosce la impossibilita cõsiderando, che la co. deue valere 1. ò più d'1. ma 1. non può valere, perche anco il ce. valeria 1. onde 13. ce. piu 13. sariano 26. & 21. co. sariano solo 21. Piu d'1. non può valere, poniamo 1 $\frac{1}{10}$. perche all'hora il ce. valeria 1 $\frac{21}{100}$. cioe $\frac{11}{100}$. piu della co. onde 13. ce. sariano piu di 13. co. & anco il 13. numero saria piu delle 8. co. che rimangono fino alle 21. co. che esse 8. co. valeriano solo 8 $\frac{8}{10}$. onde tanto piu li 13. ce. piu 13. superariano le 21. co. Et dicendosi la co. valere piu, cioe poniamo 1 $\frac{1}{2}$. questo manco può essere, perche le 8. co. valeriano solo 12. ch'è manco del numero 13. ch'è con li ce. & oltre di ciò li 13. ce. valeriano piu di 13. co. Et dicendosi la co. valere 2. che cosi le 8. co. valeriano 16. che supera il numero 13. in 3. all'hora il ce. valeria 4. cioe 2. piu della co. onde li 13. ce. superariano le 13. co. in molto maggior quantita del 3. in che le 8. co. superano il numero 13. & tanto più occorreria questo, quanto più si ponesse grande il valore della co. Et ponendosi il valore della co. manco d'1. poniamo $\frac{2}{3}$. acciochè le 21. co. vaglino più del numero 13. che valeranno 14. cioe 1. più del numero 13. il ce. valeria $\frac{4}{9}$. onde li 13. ce. valeriano più dell 1. che manca al numero 13. per arriuare al valore delle 21. co. Ne manco di $\frac{2}{3}$. può ponersi il valore della co. perche all'hora li 13. ce. più 13. importariano più delle 21. co.

L'istessa impossibilita si vede au uenire, considerando la Equatione principale di 13.ȝ più 13. Eguale ad 8. ce. piu 8. co. Che il valore della co. non può essere 1. perche all'hora l'vna parte saria 27. & l'altra solo 16. (che il ȝ valeria 1. & similmente 1. valeria il ce.) ne manco d'1. ne più d'1. come può conoscere lo Studente da se.

Et hauendo 4.ȝ piu 7. Eguale a 7. ce. più 4. co. facendo noi essere li dui 7. insieme, & anco li dui 4. insieme si ridurra a 4.ȝ m̄ 4. co. Eguale a 7. ce. m̄ 7. Onde in ciascuna d'esse due quantita entrara 1. co. più 1. & ne verrãno 4. ce. m̄ 4. co. Et 7. co. m̄ 7. che saranno eguali fra loro, & accommodato il m̄ sara 4. ce. piu 8. Eguale ad 11. co. Cioe 1. ce. piu 1 $\frac{3}{4}$. Eguale a 2 $\frac{3}{4}$. co. Che la co. vale 1. Et anco può valere 1 $\frac{3}{4}$. Onde valẽdo 1. la co. & però 1. il ce. & 1. il ȝ. li 4.ȝ più 7. sariano 11. Et il medesmo 11. saranno li 7. ce. più 4. co. Ma la co. valendo 1 $\frac{3}{4}$. il ce. valera 3 $\frac{1}{16}$. & il ȝ valera 5 $\frac{23}{64}$. onde 4.ȝ più 7. saranno 21 $\frac{7}{16}$. più 7. cioe 28 $\frac{7}{16}$. & 7. ce. più 4. co. saranno 21 $\frac{7}{16}$. più 7. cioe medesmamente 28 $\frac{7}{16}$.

1. co. più 1. | 4.ȝ m̄ 4. co.
4. ce. m̄ 4. co.
4.ȝ
4.ȝ più 4. ce.
resta m̄ 4. ce.
m̄ 4. ce. m̄ 4. co.
vi entra per m̄ 1. co.

Proua.

Auenimento 4. ce. meno 4. co.
Partitore. 1. co. più 1.
fa 4.ȝ meno 4. ce. più 4. ce. meno 4. cose.
Cioe 4.ȝ meno 4. co. che si è partito.

1. co. più 1. | In 7. ce. meno 7.
7. co. meno 7.
7. ce.
7. ce. meno 7. co.
resta meno 7. co.
in m̄ 7. co. meno 7.
vi entra per meno 7.

Proua.

7. co. m̄ 7. auenimento.
via 1. co. più 1. partitore.
fa 7. ce. meno 7. co. più 7. co. meno 7.
cioe 7. ce. meno 7. che si è partito.

4.ȝ piu 7. Eguale a 7. ce. più 4. co. E come
4.ȝ m̄ 4. co. Eguale a 7. ce. m̄ 7. Et come schisando
4. ce. m̄ 4. co. Eguale a 7. co. m̄ 7. Cioe.
4.ȝ più 7. Eguale a 11. co. Cioe.
1. ce. più 1 $\frac{3}{4}$. Eguale a 2 $\frac{3}{4}$. co.

1 $\frac{3}{8}$. il quadrato e 1 $\frac{57}{64}$.
si caua 1 $\frac{3}{4}$.
resta $\frac{9}{64}$. la R. e $\frac{3}{8}$.
quale giõta, & cauata ad 1 $\frac{3}{8}$. ne resultano 1 $\frac{3}{4}$. & 1. che sono le due valute della cosa.

Habbiasi

Habbia 5.ʒ p̃ 3. Eguale a 5.ce.p̃ 3.co. Si riduce a 5.ʒ m̃ 5.ce. Eguale a 3.co.m̃ 3. Che hora 1.co.m̃ 1.nelli 5.ʒ meno 5.ce.entra volte 5.ce. Et nel 3.co.meno 3.entra volte 3. Onde 5. ce. sono eguali a 3.però il ce.vale $\frac{3}{5}$. Et la co.vale rad.$\frac{3}{5}$. Il cubo valerà rad.$\frac{7}{1}\frac{2}{2}\frac{}{5}$. però 5.ʒ p̃ 3. saranno rad.5$\frac{2}{5}$.p̃ 3. Et 5.ce.p̃ 3.co saranno 3.p̃ rad.5$\frac{2}{5}$.similmente. Ma ancora la co. può valere 1. (come si conosce vedendo che 5.& 3.numeri delli 5.ʒ & 3.da vna banda sommano 8. come anco il 5.& 3.numeri delli 5.ce.& 3.co.dall'altra banda, che in questi casi anco il ce. & il ʒ. & il 4,5,& &,che vi fussero valeria pure 1. Onde tauto importaria 1.quanto 1.co.1.ce.1.ʒ,&c. & però il 5.ʒ.p̃ 3.importano 8.come anco 5.ce.p̃ 3.cose.)

Habbiasi 5.ʒ p̃ 3.ce. Eguale a 3.co.p̃ 5. Qui la co.vale 1.ma vsando il modo detto,si ridurrà a 5.ʒ meno 5. Eguali a 3.co.meno 3.ce. Di queste il Residuo 1.co.meno 1.entraria nell'vna quantità 5.ʒ.meno 5.che vi entra per volte 5.ce.p̃ 5.co.p̃ 5.ma non può entrare nell'altra 3.cose meno 3.ce.perche in essa il meno è il ce.maggiore dignità,ma nel partitore 1.cosa m̃ 1. il meno è il numero minore dignità,anzi è priuo di denominatione.

In esso 3.co.meno 3.ce.entraria bene 1.meno 1.co. & v'entra per volte 3. co. (che 3.co.via 1. meno 1.co fa 3.co.meno 3.ce.) ma questo 1.meno 1.co. non può poi entrare in 5. ʒ meno 5. entraria bene in 5.meno 5.ʒ.che v'entra per volte 5.p̃ 5.co.p̃ 5.ce. Et così hauendo 5.meno 5.ʒ.Eguale a 3.co.meno 3.ce. che deriuaria da 3.ce.p̃ 5. Eguale a 5.ʒ.p̃ 3.co.si peruerria a 5.ce.p̃ 5.co.p̃ 5. Eguale a 3.co.cioe a 5.ce.p̃ 2.co.piu 5.Eguale a 0.ch'è impossibile. Et pur si vede, che 5.ʒ.piu 3.co. possono essere eguali a 3.ce.piu 5. & che la co. vale 1.& così 1.vale il ce.& 1.vale il ʒ, (il che occorre come s'è detto,quando il 5.& 3.numeri delle quantità da vna banda sono eguali a 5.& 3. numeri delle quantità dall'altra banda, cioè che la somma 8. da vna banda è quanto la somma 8. dall'altra,onde hauendo 7.ʒ piu 4. Eguale a 5.ce.piu 6.co.perche 7.& 4.fa 11.come anco 5.& 6. la co.valerà 1. Et quando anco le quantità da vna banda, fussero piu che le quantità dall'altra, pure che la somma de i numeri da vna banda, sia eguale alla somma de'numeri dall'altra,pure la co.valerà 1.& però il ʒ,il ʒ,il ✱, il ✱, & ogn'altra denominatione che vi fusse valerà 1. & saranno come si fussero simplici numeri senza denominatione; Onde dicendosi, 1 6.piu 3$\frac{1}{4}$.ce. piu 8$\frac{5}{6}$.è eguale a 5.✱ piu 1$\frac{1}{3}$.ʒ. piu 6$\frac{1}{2}$. co. piu $\frac{1}{4}$. doue la somma de i numeri da ciascuna banda è vn medesmo 13$\frac{1}{1}\frac{}{2}$.si vede che il valore della co. può essere 1. Potria forsi anco hauere altra valuta, che di sopra doue si hauea 4 ʒ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co. & ciascuna delle due somme era 11. & però la co. poteua valere 1. vedessimo che ella valeua anco 1$\frac{3}{4}$.) circa che si può auertire,che valendo 1.la co.il partitore 1.co.meno 1. saria 1. meno 1.cioe 0.& la quantità da partire 5.ʒ.meno 5.saria 5.meno 5.cioe 0. & perche 0.in 0.entra quante volte si vuole,cioe ò nessuna volta,ò 5.volte,ò 10.volte,ò altro numero di volte;poiche qual si vogli di questi auenimenti,moltiplicato con il partitore 0.produce 0.ch'è la quantità partita,però non è marauiglia se a partire 5.ʒ meno 5.ch'è 0.per 1.co.meno 1. ch'è niente ne viene 5.piu 5.co.piu 5.ce.cioe non è marauiglia, che a partire 0. per 0.ne venga 5.p̃ 5.co.piu 5.ce. benche paia,che ne douerria venire similmente 0.poiche si può dire, che ne venga che auenimento si vuole,cioe che come s'è detto,0.in 0.entra quante volte si vuole,che quel numero di volte auenimento moltiplicato per 0. partitore fa pur 0. ch'è la quantità partita, ma perche ne venga mò piu 5.piu 5.co.piu 5.ce. (che valendo la co.niente,saria 5 piu 0.piu 0.cioe 5.) che altra quantità,o niente, occorre,perche essendo la mirabile, & artificiossima Dottrina Algebratica tale, che hà risguardo ad ogni cosa, che possa auuenire, ella fa essere l'auenimento tale, che sia il partitore quello che si vogli,& però vagli 1 la co o quell'1.che puo valere,o quel piu d'1.che si vogli, l'istesso auenimento sia sempre a proposito; Onde se poneremo,che la co.vagli 2.il partitore 1.co.meno 1.sarà 2. meno 1. cioe 1.& la quantità da partire 5.ʒ.meno 5.sarà 40.meno 5.cioè 35.che pero (perche 1.in 35. entra volte 35.) l'auenimento douerà essere 35.& ben si vede,che l'auenimento Algebratico 5.piu 5.co.piu 5.ce.è 5.piu 10.piu 20.cioe 35.come bisogna. Et se la co.vagli poniamo 7. il partitore 1.co.meno 1.sarà 7.meno 1.cioe 6. La quantità da partire 5.ʒ.meno 5.sarà 1715.meno 5.cioe 1710. Et l'auenimento 5.piu 5.co.piu 5.ce.sara 5.piu 35.piu 245.cioe 285.come è a punto quello, che nasce a partire 1740. per 6. ch'è pure 285. Et così occorre a qual si vogli altra valuta della cosa.

1.meno 1.cosa. In 5. meno 5.ʒ.

5. piu 5.co. piu 5.ce.

5
5.meno 5.co.

5.co.meno 5.ʒ.
5.co.meno 5.ce.

5.ce.meno 5.ʒ.
5.ce.meno 5.ʒ.

Si può anco notare,che di sopra in 3.co.meno 3.ce.doue non entra 1.co.meno 1.si viene a supponere, che la co.vagli piu d'1.acciocbe 1.co. meno 1. sia qualche cosa, ma all'hora 3.co. meno 3.ce. saria

saria manco di niente,perche il ce.valeria piu della co.& 3.ce. da cauare sariano piu di 3.co. Et così il partitore qualche cosa non potria entrare in quantità, che sia manco di niente (come anco non puo entrare in niente,potria bene in 3.co.meno 3.ce.entrare 1.m̃ 1. co. & v'entraria per volte 3.co.ma così conuerria supponere che la co.vagli manco d'1.acciocbe esso partitore 1.m̃ 1.co. sia qualche cosa,& che anco 3.co.meno 3.ce.sia pure qualche cosa,cioe che il ce.vagli manco che la co. Et se all'hora la quantità eguale a queste 3.co.meno 3.ce.fusse 5.meno 5.ʒ.che saria pure quantità reale, poiche 1.ʒ saria manco d'1. all'hora partendo questo 5.meno 5.ʒ piu l'1.meno 1. ne verria 5. piu 5. co. piu 5. ce. Il che sarà eguale all'altro auenimento,ch'è 3.co. Onde si peruerria a 5.piu 5.co.piu 5.ce.eguale a 0.Il che è impossibile,cioe quale Equatione è impossibile, & pure sappiamo, che quando 5.meno 5. ʒ, sono eguali a 3.co.meno 3.ce. Cioe che 5.piu 3.ce.sono eguali a 3.co.piu 5.ʒ,la co. vale 1;per il che pare,che l'Algebra non facci l'vfficio suo di trouare il vero valore della co. che pure è 1. poiche non solo non si troua quest'1.ma si peruiene ad Equatione impossibile,cioe di 5.piu 5.co.piu 5.ce. Eguale a 0.per il che noti l'accorto Studente,che anzi di qui si scorge la marauigliosa integrita,& realita della Scienza, poiche ella nõ puo tollerare alcuno inconueniente,ne impossibilita,ne seruirsi di mezo inconueniente,o impossibile per trouare il vero,cosi come le persone da bene, o Virtuose,non si seruono di mezi indiretti, o vietati,o vitiosi per acquistare ricchezze, honori,sanita,o dottrina,o altra cosa per se stessa buona; Onde nell'Equatione di 5.ʒ piu 3.co. Eguale a 3.ce.piu 5.douendo essere 1. la valuta della co.ne potendo essere manco d'1. (perche all'hora 5.ʒ piu 3.co.sariano manco di 3. ce. piu 5. (poiche se bene 3.ce.sariano manco di 3.co.& pero saranno manco di 3.che gionto a 5.saria mãco di 8. come anco manco di 8.sariano li 5.ʒ piu 3.co.piu saria quello, che mancaria alli 5.ʒ piu 3. co. ad arriuare ad 8.che quello che mancaria a 3.ce.piu 5.ad arriuare ad 8.o vogliamo dire, che quello che mancaria a 3.ce.ad arriuare a 3.) neo nel pigliare per partitore 1.meno 1.co.veniamo a supponere che la co.vagli manco d'1.acciocbe 1.co.si possa cauare da 1.& resti qualche cosa per partitore,& perche questo supposito è impossibile, di qui è che l'Algebra mediãte esso supposito impossibile,ci ridurria anco ad vna Equatione impossibile, cioe è 5.piu 2.co. piu 5.ce. Eguale a 0. come s'è visto; Anzi a punto ~~da questa~~ Equatione impossibile, conoscendo il supposito, o partitore preso essere impossibile, veniamo a chiarirci, che la co.non puo valere manco d'1. come bisognaria che valesse a valore che 1.meno 1.co.fusse quantita reale.

Ancora perche hauendo pure 5. ʒ piu 3.co. Eguale a 3.ce.piu 5. Questa Equatione non solo si puo ridurre a 5.meno 5.ʒ. Eguale a 3.co. meno 3.ce. come si è fatto di sopra, ma anco a 3.ce. meno 3.co. Eguale a 5.ʒ meno 5. ciascuna delle quali parti si puo partire per 1.co. meno 1. che ne resultano li due auenimenti 3.co. Et 5.ce. piu 5.co piu 5.istessi che nell'altro,cioe 5.ce.piu 2.co.p̃ 5. Eguale a 0.Equatione impossibile,ci fa pure accorti l'Algebra,che anco questo supposito è impossibile,cioe che il partitore possa essere 1. cosa m̃ 1. Et perche manco puo essere 1. meno 1. cosa come s'è veduto, pare che veramente la Equatione di 5. ʒ piu 3. cose. Eguale a 3. censi piu 5. sia impossibile, poiche vsando modi pure inconuenienti, & secondo l'Arte si peruiene ad Equationi impossibili. Onde noti l'accorto Studente, che considerando li dui partitori vna cosa meno 1.

1.meno 1.cosa. In 5.meno 5.ʒ.

5. piu 5.co. piu 5.ce.

5.
5.meno 5.co.

resta 5.co.
5.co.meno 5.ʒ.
5.co.meno 5.ce.

resta 5.ce.meno 5.ʒ.

5.ʒ piu 3.co. Eguale a 3.ce.piu 5.
Si trasmuta in
5. ʒ meno 5. Eguale a 3.ce. meno 3. co.
Ouero in
5.ʒ meno 3.ce. Eguale a 5.meno 3.co.
Ouero in
3.co.meno 3.ce. Eguale a 5.meno 5.ʒ.
Ouero in
5.co.meno 5. Eguale a 3.ce.meno 5.ʒ.

1.co. piu 1. | In 3.ce.meno 3.co.
Auenimento. 3.co.meno 3.
3.ce.
3.co. piu 3.
resta m̃ 1.
m̃ 3.co.m̃ 3.
m̃ 5.ce.m̃ 4.co.
resta 5.co. meno 5. doue il partitore non puo entrare.

sia 1.co. meno 1. | In 5.ʒ.meno 5.
Auenimento 5.ce.piu 5.co.piu 5.
1.co.

1.co. più 1. | In 3.ce.meno 3.co.
Auenimento. 3.co.meno 3.
3.ce.
3.co.più 3.
resta m 3.
m̃ 3.co.m̃ 3.
m̃ 3.co m̃ 3.

Ancora vi può entrare 1.co.meno 1. che v'entra per volte 3.co.

Però si hauerà 3.co. Eguale a 5.ce. più 5.co. più 5.cioè 0. Eguale a 5 ce.piu 2.co.piu 5. la quale Equatione è impossibile.

Et 1.meno 1.co. Acciochè essi siano quantità reale, cioè che significhino qualche cosa; nell'1.co. m̃ 1. conuerria che la co. importasse piu d'1. acciochè d'esso valore si potesse cauare l'1. & restasse qualche cosa; Et nell'1.co. meno 1 conuerria che la co. importasse manco d'1. acciochè cauandolo dall'1. restasse qualche cosa, cioè cõ essi partitori douendo essere quantità reale, si viene in [illegible]no a supponere che la cosa vagli piu, & nell'altro, che la co. vagli manco d'1. & perche cõ ciascuno d'essi suppositi, ò partitori, si peruiene ad Equatione impossibile, ciò ci fa accorgere, che la co. non può valere ne più d'1. ne manco d'1. perilche ò che la co. vale dunque precise 1. ò che la Equatione principale è veramente impossibile (poiche ad essere impossibile conuerria concludere, che la co. non valesse ne 1. ne più ne manco d'1.) vedremo dunque se la co. possa valere 1. dicendo. Valendo 1.la co.li 5.ʒ piu 3.co. importariano 8. Ee però se li 3.ce. piu 5. importino anch'essi 8. il valore della co. sarà 1. ma importano a punto 8. però la co.vale 1. Et ben si vede, che così ancora 5.meno 5.ʒ. saria eguale a 3.co. meno 3.ce. poiche l'uno sarà 5. meno 5. cioe 0. & l'altro 3. meno 3. cioe pure 0. & anco così 3.ce.meno 3.co. sarà pure eguale a 5.ʒ meno 5. poiche l'uno sara 3.meno 3. cioe 0. & l'altro sara 5.meno 5. cioe pure niente. Onde siamo sicuri che la co. vale 1. ma che non può valere ne più ne manco d'1. cioe che ella non può hauere più d'una valuta. Che alle volte può hauere due valute come si vide nell'Equatione di 4.ʒ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co. doue la co.vale 1. Et anco può valere $1\frac{3}{4}$.

4.ʒ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co.
1.co. meno 1. | 4.ʒ meno 4.co. Eguale a 7.ce. meno 7.
4.ce.piu 4.co. 7.co. piu 7.
4.ʒ 7.ce.
4.ʒ meno 4.ce. 7.ce. meno 7.co.
resta 4.ce. resta 7.co.
4.ce.meno 4.co. 7.co.meno 7.

Sarà 4.ce.piu 4.co. Eguale a 7.co.piu 7.
Cioe 4.ce. Eguale a 3.co.piu 7.
Cioe 1.ce. Eguale a $\frac{3}{4}$.co.piu $1\frac{3}{4}$.
la mità di $\frac{3}{4}$ è $\frac{3}{8}$. il suo quad. è $\frac{9}{64}$. giunto al num. $1\frac{3}{4}$. fa $1\frac{57}{64}$. cioe $\frac{121}{64}$. la sua rad. è $\frac{11}{8}$. cioe $1\frac{3}{8}$. che con $\frac{3}{8}$, mità del numero delle co. fa $1\frac{3}{4}$ per il valore della cosa.

Et si può notare che in essa Equatione di 4.ʒ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co. che si riduce a 4.ʒ meno 4.cose Eguale a 7.ce.meno 7. il partitore può anco essere 1.cosa meno 1. che li auenimenti saranno 4 ce.piu 4.ce. & 7.co. piu 7. eguali fra loro, che si ridurra a 4.ce. eguale a 3.co. piu 7. & la cosa valerà $1\frac{3}{4}$. come anco si trouò quando si ridusse a 4.censi piu 7. eguale ad 11.cose. Ma questa Equatione di 4.ce. eguale a 3.co. piu 7. cioe di censi eguale a co. & numero, ha solo una valuta della co. però con essa si troua solo la valuta $1\frac{3}{4}$. Che nell'altra di 4.ce.p.7. Eguale a 11.co. che può hauere due valute si trouò, & questa valuta $1\frac{3}{4}$. & anco la valuta 1. Et perche tanto conuiene che vagli la co. nell'Equatione di 4.ce. piu 7. Eguale ad 11.co. quanto nell'Equatione di 4.ce. Eguale a 3.co.piu 7. poiche la valuta della co. da loro mostrata, deue essere la valuta della co. nell'Equatione di 4.ʒ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co. potiamo anco considerare, che cauando 7. da ciascuna parte, nella prima Equatione haueremo 4.ce eguale ad 11.co.meno 7. ma per la seconda Equatione sappiamo, che 4.ce. sono eguali a 3.co. piu 7. però a queste 3.co.piu 7. saranno eguali le 11.co. meno 7. Cioe 8.co. a 14. & però la cosa valera $1\frac{3}{4}$.

Ancora essa Equatione di 4.ʒ piu 7. Eguale a 7.ce. piu 4.cose. Cauando 7.ce. da ciascuna parte si ridurra a 4.ʒ piu 7.meno 7.ce. Eguale a 4.cose. Et anco cauando 4.ʒ da ciascuna parte si ridurra a 7. meno 7.ce. Eguale a 4.co. meno 4.ʒ. & ciascuna d'esse si potra partire per 1. meno 1.co. che ne verra 7.piu 7.co. Eguale a 4.co.piu 4.ce. Cioe 7.piu 3.co. Eguale a 4.ce. come di sopra, & la co.valera pure $1\frac{3}{4}$. come di sopra.

Ma hauendo detto il partitore essere 1.meno 1.cosa, & trouando la co. valere $1\frac{3}{4}$. pare che il partitore sia impossibile, cioe non si possa dire 1.meno $1\frac{3}{4}$. perche saria meno $\frac{3}{4}$. ilche saria vero quan-

4.ce.piu 7. Eguale a 11.cose.
4.censi. Eguale a 3.co.piu 7.
cauando 7. da ciascuna parte di sopra si hauera.
4.censi. Eguale a 11.co.meno 7.
ma 4.ce. di sotto è anco Eguale a 3.co.piu 7. però.
11.co.meno 7. Eguale a 3.co.più 7.
Cioe 8.co. Eguale a 14.
però 1.co.vale $1\frac{3}{4}$.

1.meno 1.co. | 7.meno 7.ce. 4.co.meno 4.ʒ.
7. piu 7.co. 4.co.piu 4.ce.
7. 4.co.
7.meno 7.co. 4.co.meno 4.ce.
resta 7.co. resta 4.ce.
7.co.meno 7.ce. 4.ce. meno 4.ʒ.

quando la quãtità che si parte fusse piu; poiche dicendosi gl'auenimenti essere 7. piu 7.co. & 4.co. piu 4.ce. ciascuno delli quali è piu, ne seguiria, che a moltiplicare l'auenimento piu, con il partitore meno il prodotto fusse piu; ilche non può essere; Ma anzi perche essi auenimenti sono piu, & il partitore è meno, che moltiplicato fra loro fanno meno, veniamo a conoscere, che ciascuna delle due quantità partite, cioe 7.meno 7.ce. & 4.co. meno 4.ʒ è meno, cioe che 7.ce. sono piu di 7. Et similmente, che 4.ʒ sono piu di 4.co. ilche auenendo è necessario, che la co. vagli piu di 1. & però il ce. piu di 1. & il ʒ piu della co. Et perche la co.vale $1\frac{3}{4}$. & il ce. $3\frac{1}{16}$. & il ʒ, $5\frac{23}{64}$. ben si vede, che 7.meno 7.ce. è 7.meno $21\frac{7}{16}$. cioe meno $14\frac{7}{16}$. Et che 4.co.meno 4.ʒ è 7.meno $21\frac{7}{16}$. cioe meno $14\frac{7}{16}$. similmente; Che a partire qual si vogli d'essi per 1.meno 1.co. cioe per 1.meno $1\frac{3}{4}$. ch'è meno $\frac{3}{4}$. ne viene $19\frac{1}{4}$. Cioe meno $\frac{3}{4}$ in meno $14\frac{7}{16}$. entra volte $19\frac{1}{4}$. & è più, significando 7.piu 7.co. ouero 4.co. piu 4.ce. che sono li dui auenimenti detti; Et ben si vede, che 7.piu 7.co. è 7.piu $12\frac{1}{4}$. cioè $19\frac{1}{4}$. Et che anco 4.co.piu 4.ʒ, è 7. piu $12\frac{1}{4}$. cioe similmente $19\frac{1}{4}$.

Et dicendosi 4.ʒ più 7. censi sono eguali a 7. cose piu 4. pure anco si vede la cosa valere 1. ma riducendosi a 5.ʒ meno 4. Eguale a 7. cose meno 7.ce. non si vede, che vi entri alcuno di q̃sti partitori.

1.cosa piu 1. In 4.ʒ meno 4. In 7.co.meno 7.ce.
4.ce.meno 4.co. 7. meno 7.co.
4.ʒ 7.co.
4.ʒ piu 4.ce. 7.co.piu 7.
resta meno 4.ce. resta meno 7.
meno 4.ce.meno 4. meno 7.ce.meno 7.
meno 4.ce.meno 4.co. meno 7.ce.meno 7.co.
resta 4.co.meno 4. resta 7.co.meno 7.
doue non entra. doue non entra.

Et dicendosi 4.ʒ piu 4.ce. sono eguali a 4.co. piu 4 che pure si vede la co. valere 1. si potrà partire ciascuna delle due quantità per 4.co.piu 4. che ne verrà 4.ce. Eguale a 4 cioe 1.ce. Eguale a 1. però il ce. vale 1.

1.cosa meno 1. In 4.ʒ. meno 4. In 7.co.meno 7.ce.
Ne viene. 4.ce.piu 4.co.piu 4. 7. meno 7.co.
4.ʒ 7.co.
4.ʒ meno 4.ce. 7.co.meno 7.
resta 4.ce resta 7.
4.ce.meno 4. 7.meno 7.ce.
4.ce.meno 4.co. 7.co.meno 7.ce.
resta 4.co.meno 4. resta 7.meno 7.co.
doue non entra.

Et dicẽdosi 4.ʒ piu 4.ce. sono eguali a 7.co. piu 7. si potrà partire ciascuna quãtità per 1.cosa piu 1. Et ne ne viene 4.ce. Eguale a 7. cioè 1.censo. Eguale a $1\frac{3}{4}$. però il ce. valerà $1\frac{3}{4}$. & il ʒ valerà rad. $5\frac{23}{64}$. onde 4.ʒ piu 4.ce. saranno rad. $85\frac{3}{4}$. piu 7. Et 7.co.piu 7. saranno rad. $85\frac{3}{4}$. piu 7. similmente.

1.meno 1.cosa. In 4.ʒ meno 4. non può entrare. Ma in 7.cose meno 7.censi, Entra per volte 7.cose.

Et si può notare, che in questa Equatione di 4.ʒ piu 4.ce. Eguale a 7.co.piu 7. si vede che tal conuenienza ha la prima parte 4.ʒ dell'una alla prima parte 7.co. dell'altra, quale la seconda 4.ce. alla seconda 7. perche schisando 4.ʒ, & 7.co. per 1.co. ne resulta 4.ce. Eguale a 7. Onde in tal caso basta ad eguagliare una sola parte dell'una alla sua corrispondente parte dell'altra, cioe 4.ce. a 7. che la co. valeuà rad. $1\frac{3}{4}$. così in questa simplice Equatione di 4.ce. Eguale a 7. come nella composta detta. Et hauendo 5.ʒ piu 7.ʒ Eguale a 20.ʒ piu 28.co perche schisando 7.ʒ, & 28.co. per 7. ne viene 1.ce. Eguale a 4. & schisando 7.ʒ, & 28.ce. per 7.co. ne uiene pure 1.ce. Eguale a 4. onde tal proportione ha 5.ʒ a 20.ʒ quale 7.ʒ a 28.co. Cioe 5.ʒ, 20.ʒ, 7.ʒ, 28.co. sono quattro quantità proportionali (ilche si conosce anco dal moltiplicare

plicare le estreme 5.ϛ, & 28.co fra loro, che fanno 140.ζ, come anco è l'istesso 140.ζ, il prodotto delle medie 20.✱ p̄ 7.ʒ moltiplicate fra loro) qui pure basta ad eguagliare solo 7.ʒ a 28. co. ò (schisando per 7.co.) 1.ce. a 4. che la co. valerà 2. perilche il ce. vale 4. il ʒ vale 8. il ✱ vale 16. il ʃ vale 32. & il ϛ, cioè il quadro cubo, ò censo cubo vale 64. Onde 5.ϛ p̄ 7.ʒ saranno 320. p̄ 56. cioe 376. & 20.✱ p̄ 28.co. saranno 320. p̄ 56. cioe similmente 376. che li 5.ϛ, saranno eguali alli 20.✱, & li 7.ʒ alle 28.co. come s'è detto. Et la causa di ciò è che quando quattro quantità sono proportionali, ancora permutatamente, & congiuntamente elle sono proportionali, onde essendo le quattro quantità 5.ϛ, 20.✱ 7.ʒ, 28.co. proportionali, perche il dutto delle estreme è eguale al dutto delle medie, ancora permutatamente da 5.ϛ, a 7.ʒ, sarà come da 20.✱ a 28.co. & congiuntamente da 5.ϛ p̄ 7.ʒ a 20.✱ p̄ 28.co. come da 7.cu. a 28.co. Onde dicẽdosi 7.cu. essere eguali a 28. co. ancora 5.ϛ p̄ 7.cu. conuerrà che siano eguali a 20.✱ p̄ 28.co. Perilche con ordine conuerso supposto, che 5.ϛ p̄ 7.cu. siano eguali a 20.✱ p̄ 28.co. ò schisando per 5.co. dicendosi che 1.ʃ p̄ $1\frac{2}{5}$.ce. sono eguali a 4.cu. p̄ $5\frac{3}{5}$. perche queste quattro parti sono proportionali, si viene a concludere che 1.ʃ è eguale a 4.cu. ouero che $1\frac{2}{5}$. ce. è eguale a $5\frac{3}{5}$. (cioe che 1.ce. è eguale a 4 cu.) & che perciò la cosa vale 2.

Similmente hauendo 8.✱ p̄ 4.cu. p̄ 5.ce. Eguale a 32.ce. p̄ 16.co. p̄ 20. nelli quali considerato ciascuno essere diuiso in 3. parti, la prima alla prima, la seconda alla seconda, & la terza alla terza, hanno vna istessa proportione, ch'è come da 1.ce. a 4. Essa Equatione sarà come se hauessimo 1.ce. eguale a 4. che perciò la co. vale 2. Et perche da ciascuna banda delle due quantità sono ce. leuato il minor numero de' ce. comunemente si diria, che 8.✱ p̄ 4. cu. sono eguali a 27.ce. p̄ 16.co. p̄ 20. ch'è l'istesso che la prima Equatione, onde perciò è come 1.ce. eguale a 4. & la co. vale 2. Che riducendosi la Equatione ad 1.✱ si hauerà 1.✱ p̄ $\frac{1}{2}$.cu. eguale a $3\frac{3}{8}$.ce. p̄ 2.co. p̄ $2\frac{1}{2}$. Onde perche la co. vale 2. il ce. valerà 4. il cu. valera 8. & il ✱ valerà 16. perilche 1.✱ p̄ $\frac{1}{2}$.cu. sarà 16. p̄ 4. cioe 20. Et $3\frac{3}{8}$.ce. p̄ 2.co. p̄ $2\frac{1}{2}$. saranno $13\frac{1}{2}$. p̄ 4. p̄ $2\frac{1}{2}$. ch'è medesimamente 20. come bisogna.

Et hauendo 6.ȣ meno 9.ϛ piu 3.✱ piu 9.cu. meno 4.ce. Eguale a 4.ϛ meno 6.✱ piu 2.ce. piu 6.

6.ȣ meno 9.ϛ piu 3.✱ piu 9. cubi meno 4. censi.
4.ϛ meno 6.✱ piu 2. censi, piu 6. cose, meno $2\frac{2}{3}$.
6.ȣ piu 9.✱ piu 9. cubi, piu $2\frac{2}{3}$.
13.ϛ piu 6. censi, piu 6. cose.
1.ȣ. piu $1\frac{1}{2}$.✱ piu $1\frac{1}{2}$.cu. piu $\frac{4}{9}$. $\frac{1}{8}\frac{6}{1}$. $\frac{6}{9}$. rad. $\frac{1}{2}\frac{6}{7}$. $\frac{4}{9}$. Cioè in tutto $1\frac{2}{8}\frac{5}{1}$. piu rad. $\frac{2}{3}$.
2.$\frac{1}{6}$.ϛ piu 1. censo, piu 1. cosa. $\frac{1}{2}\frac{7}{7}$. 1. terzo $\frac{2}{3}$. rad. $\frac{2}{3}$. Cioè in tutto $1\frac{2}{8}\frac{5}{1}$. piu rad. $\frac{2}{3}$.
Vale 1.co. rad. $\frac{2}{3}$.

1.ce.	$\frac{6}{3}$.
1.ʒ rad.	$\frac{8}{2}\frac{}{7}$.
1.✱	$\frac{4}{9}$.
1.ϛ	$\frac{8}{2}\frac{}{7}$.
1.ȣ	$\frac{1}{8}\frac{6}{1}$.

co. meno $2\frac{2}{3}$. Similmente inteso diuisa ciascuna delle due quantita in cinque parti la proportione delle parti dell'vna, alle parti dell'altra sara la istessa, & però come da 9.cu. a 6 co. ò come da meno 4.ce. a meno $2\frac{2}{3}$. cioe come da 1.ce. a $\frac{2}{3}$. però la co. valera rad. $\frac{2}{3}$. Et in esse due quantita accomodando li meno si hauera 6.ȣ piu 9.✱ piu 9.cu. piu $2\frac{2}{3}$. Eguale a 13.ϛ piu 6.ce. piu 6.co. Et riducendo la Equatione ad 1.ȣ, si peruerra finalmente ad 1.ȣ piu $1\frac{1}{2}$.✱ piu $1\frac{1}{2}$.cu. piu $\frac{4}{9}$. Eguale a $2\frac{1}{6}$.ϛ piu 1.ce. piu 1.co. doue sappiamo la co. valere rad. $\frac{2}{3}$. però il ce. vale $\frac{2}{3}$. il cu. rad. $\frac{8}{2}\frac{}{7}$. il ✱ vale $\frac{4}{9}$. il ϛ vale $\frac{8}{2}\frac{}{7}$. & il ȣ vale $\frac{1}{8}\frac{6}{1}$. onde 1.ȣ piu $1\frac{1}{2}$.✱ piu $1\frac{1}{2}$.cu. piu $\frac{4}{9}$. sara $\frac{1}{8}\frac{6}{1}$. piu $\frac{2}{3}$. piu rad. $\frac{2}{3}$. piu $\frac{4}{9}$. cioe $1\frac{2}{8}\frac{5}{1}$. piu rad. $\frac{2}{3}$. E anco $2\frac{1}{6}$.ϛ piu 1.ce. piu 1.co. sara $\frac{5}{8}\frac{2}{1}$. piu $\frac{1}{3}$. piu rad. $\frac{2}{3}$. cioe medesimamente $1\frac{2}{8}\frac{5}{1}$. piu rad. $\frac{2}{3}$. Et l'istesso occorreria in simili Equationi.)

Ma torniamo al principal quesito, che si procederia in infinito lassandosi condurre dall'aura delle Inuentioni. Che in esso quesito essendo peruenuti all'Equatione d' 1.ℨ p̄ ɫ. Eguale a 4.ɫ. vedremo che la ɫ vale 2. p̄ ℞ 3. Ouero 2. m̄ ℞ 3.

1.ℨ piu 1. Eguale a 4.ɫ
la mità è 2.
via esso 2.
fa 4.
si caui 1.
resta 3.
che la rad. è rad. 3. però 2. p̄ rad. 3. ouero 2. m̄ r. 3. vale la ɫ.

Et se hauessimo posto la ɫ essere il numero minore, & la quãtità 1. ò vnità, cioè 1. essere il numero maggiore, all'hora la differenza loro saria 1. m̄ 1.ɫ. I loro quadrati sono 1. & 1.ℨ, & la differenza è 1. m̄ 1. ce. quale moltiplicata via 1. m̄ 1. differenza de' dui numeri peoduce 1. m̄ 1.ℨ m̄ 1.ɫ, piu 1 ʒ. Il che è eguale a 10. Ancora moltiplicando 1. p̄ 1.ɫ, somma de' dui numeri via 1. p̄ 1.ℨ somma de' loro quadrati, il prodotto 1.cu. piu 1.ce. p̄ 1.ɫ p̄ 1. douerà essere eguale a 20. Et perche 20. è doppio a 10. saperemo che 1.cu. p̄ 1.ℨ p̄ 1.ɫ p̄ 1. è di necessità doppio ad 1.cu. m̄ 1.ℨ m̄ 1.ɫ p̄ 1. Et cosi facendo il medesmo discorso già fatto quando si pose il minor numero essere 1. & il maggiore

giore 1.ɫ, peruerremo pure alla istessa Equatione di 1.ℨ p̄ 1. Eguale a 4.ɫ doue la ɫ vale 2. p̄ ℞ 3. ouero 2. m̄ ℞ 3. delle quali due valute hora la minore, cioè 2. m̄ ℞ 3. ch'è manco d'1. sarà al nostro proposito, ponendosi la ɫ essere il numero minore, quando la vnità cioè 1. sia il maggiore; Che nella prima positione doue si suppone d'essi dui numeri il minore essere 1. & il maggiore 1. ɫ, diremo la ɫ valere 2 p̄ ℞ 3. ch'è la sua valuta maggiore nella Equatione detta; Et cosi sappiamo, che il numero maggiore al minore è come da 2. p̄ ℞ 3. ad 1. cioè ha la proportione, ch'è da 2 p̄ ℞ 3. ad 1. (Ouero che il minore al maggiore è come da 2. m̄ ℞ 3. ad 1. cioe ha la proportione, ch'è da 2. m̄ ℞ 3. ad 1.) Il che conosciuto ci ridurremo a fare hora quest altro quesito; dicendo. Trouinsi dui numeri ò quantità nella proportione di 2. p̄ ℞ 3. ad 1. tali che la somma loro moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. Ouero Trouinsi dui numeri nella proportione di 2. p̄ ℞ 3. ad 1. (ò d' 1. a 2. m̄ ℞ 3. ch'è la istessa) tali che la differenza loro moltiplicata, nella differenza de' quadrati loro facci 10. Et per hora stando nel primo quesito di trouare due numeri nella proportione di 2. p̄ ℞ 3. ad 1. tali che la somma loro moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. poneremo il minore essere 1.co & il maggiore (2. p̄ ℞ 3.) ɫ, (qui mò il Cardano segue a trouare i quadrati loro, ma del maggiore dice per errore di calcolo egli essere (7. p̄ ℞ 24.) ℨ, il che non è, & perciò peruenendo a (24. p̄ ℞ 72. p̄ ℞ 192 p̄ ℞ 216.) ʒ eguali a 20. dice che partito il 20. per essa quantita de' cu la ℞ cuba vniuersale (ò legata) dell'auenimento sarà il numero minore (posto 1.ɫ,) & qui finisce; ma noi operando diligentemente, trouaremo esso vero numero, ò quantità minore, & anco la maggiore; onde posto il minore 1. & il maggiore 2. p̄ ℞ 3.) ɫ, i loro quadrati saranno 1.ℨ, & (7. p̄ ℞ 48.) ℨ, la somma d'essi quadrati è (8. p̄ ℞ 48.) ℨ, & questa moltiplicata per (3. p̄ ℞ 3.) ɫ fa (36. p̄ ℞ 432. p̄ ℞ 192.) cu. cioè (36. p̄ ℞ 1200.) cu. il che è eguale a 20. & schisando per 4. farà (9. p̄ ℞ 75.) cu. eguale a 5. perilche partendo 5. p 9. p̄ ℞ 75. quantita de' cu. (che moltiplicati per il suo residuo 9. m̄ ℞ 75. fa 6. partitore simplice, & anco moltiplicato il 5. per l'istesso residuo fa 45. m̄ ℞ 1875.) cioè partẽdo 45. m̄ ℞ 1875. per 6. & ne viene $7\frac{1}{2}$. m̄ ℞ $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. questo è il valore d' 1.cu. onde la ɫ, ch'è ℞ cuba del cu. valerà la ℞ cuba d'esso auenimento, cioè valerà ℞ c.L $7\frac{1}{2}$. m̄ ℞ $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃ & questa sarà la minor quantità posta 1. cosa.

Et stando nel secondo quesito, cioè dicendo. Trouinsi due quantità nella proportione di 2. p̄ ℞ 3. ad 1. tali, che la differenza loro moltiplicata nella differenza de' quadrati loro facci 10.

Posto pure la minor quantità 1.ɫ, & la maggiore (2. p̄ ℞ 3.) ɫ, che i loro quadrati sono 1.ℨ, & (7 p̄ ℞ 48.) ℨ, la differenza de' quali è (6. p̄ ℞ 48,) ℨ, questa moltiplicata via (1. p̄ ℞ 3.) ɫ, ch'è la differenza delle due quantità fa (18. p̄ ℞ 108. p̄ ℞ 48.) cu. cioe 18. p̄ ℞ 300.) cu. il che è eguale a 10. & schisato per 2. si riduce a 9. p̄ 75.) cu. eguale a 5. come di sopra, perilche pure la ɫ vale ℞ c. L. $7\frac{1}{2}$. m̄ ℞ $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃ & è la minor quantità. & per trouare la maggiore moltiplicaremo questa per 2. p̄ ℞ 3. cioe per r.c.L 26. p̄ ℞ 675. ⅃ che fa ℞ c.L $7\frac{1}{2}$. p̄ ℞ $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃. Onde le due quantità saranno r. c.L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃, & r.c.L $7\frac{1}{2}$. m̄ r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃. Et i loro quadrati saranno r c.L $108\frac{1}{4}$. piu r. $11718\frac{3}{4}$. ⅃. Et r.c.L $108\frac{1}{4}$. meno r. $11718\frac{3}{4}$. ⅃. Potiamo hora per sodisfare a gli Stu-

2. piu r. 3.
via 7. piu r. 48. suo quad.
fa 26. piu r. 675. suo cubo.
r.c.L 26. piu r. 675. ⅃
via r.c.L $7\frac{1}{2}$. m̄ r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃
prodotto r.c.L 195. m̄ $187\frac{1}{2}$.
piu rad. $37968\frac{3}{4}$. m̄ r.
$35208\frac{1}{3}$. ⅃. Cioe
r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃
Quadrisi r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃.
r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ⅃.
$56\frac{1}{4}$. r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$.
$52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. via r. 225.
$108\frac{1}{2}$. fa r. $11718\frac{3}{4}$.
Il quad. è r.c.L $108\frac{1}{4}$. piu r. $11718\frac{3}{4}$. ⅃

r. 675. via m̄ r. $\frac{6}{1}\frac{2}{1}\frac{5}{2}$.
421875. 12. esimi
140625. 4.
3 7 5 2.
50
37
fa m̄ $187\frac{1}{2}$.

26. via m̄ r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. r. 675. via $7\frac{1}{2}$.
r. 676. r. $56\frac{1}{4}$.
$56\frac{1}{4}$. $168\frac{1}{4}$.
1352 4050
3380 3375
fa m̄ r. 3520 $8\frac{1}{3}$. fa r. $37868\frac{3}{4}$.
42250 0 12 455625. 12.
6 5 0 6 7 5

r. $\frac{1}{1}\frac{}{2}$. entra in questa volte m̄ 650. & in quest'altra volte 675. però nella differenza, cioe in quello che resta a cauare la m̄ minore dalla maggiore, entrarà volte 25. onde 25. cioe r. 625. via r. $\frac{1}{1}\frac{}{2}$. fa r. $52\frac{1}{1}\frac{}{2}$. ch'è il restãte, cioe ch'è la somma d'esse due quantità, ò vogliamo dire, ch'è il valore di rad. $37868\frac{1}{4}$. m̄ rad. $35208\frac{1}{3}$.

Moltiplichisi 18.piu r.300.
via $7\frac{1}{2}$. m̄r. $52\frac{1}{12}$.
135.men.r.15625.
meno 125. 125.
fa 10.come bisogna.

r.300. r.324.
via r. $56.\frac{1}{4}$. via men.r. $52.\frac{1}{12}$.
fa r.16875. fa men.r.16875.

Studenti farne la proua; Et per breuità considerando, che la maggiore quantità alla minore hà la proportione di 2.piu rad.3.ad 1.li quadrati de i quali termini sono 7.piu rad.48.& 1,conosciamo,che il quad della maggiore al quad.della minore hà la proportione di 7.piu rad.48. ad 1. onde il minor quad. entra nel maggiore volte 7.piu rad.48.però egli entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte piu 6. piu r.48. ma la minor quantità entra nel minor suo quad. per le volte da lei stessa significate, cioe volte r.c.L $7\frac{1}{2}$. meno r.$52\frac{1}{12}$. ⅃ però essa minor quantità entrarà nella differenza de'dui quadrati,per tante volte quanto è il prodotto, che nasce a moltiplicare r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.48.piu 6. Et questo prodotto sarà la differenxa de'quadrati delle due quantità. Onde moltiplicando r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.48.piu 6. (ch'è quanto moltiplicare il minor quad.via r.48. piu 6.) il prodotto sarà la differenza de'dui quad.

Ancora per cauare la minor quantità dalla maggiore, consideraremo che la minore entra nella maggiore volte 2.piu r.3.però ella entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte 1.piu r.3. Onde moltiplicando essa minore r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.3.piu 1.il prodotto sarà la differenza delle due quantità,che moltiplicata via la differenza de'loro quadrati, cioè via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.c.L $7\frac{1}{2}$.men,r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.48.piu 6.deue fare 10. ma di queste 5.quantità,che moltiplicate insieme deuono produrre 10.le 3.r L L.moltiplicate insieme fanno $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$. *(cioe il cubo di r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ che a moltiplicare tre quantità eguali fra loro,il prodotto è il cubo d'vna d'esse,onde a moltiplicare r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r. $52\frac{1}{12}$. ⅃ via r.c. L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{12}$. ⅃ il prodotto è il cubo di r.c.L $7\frac{1}{2}$. meno r.$52\frac{1}{12}$. ⅃ ma il cubo d'vna r. cuba è il numero ò quantità d'essa,libera dalla denominatione di r.cuba,però haueremo $7\frac{1}{2}$. m̄ r.$52\frac{1}{12}$.)* Et l'altre due r.48.piu 6.& r.3.piu 1.fanno, ò producono 18.piu r.300.quale moltiplicato via l'altro prodotto detto $7\frac{1}{2}$.m̄ r.$52\frac{1}{12}$ fa 10. come bisogna, però siamo chiari, che la differenza delle due quantità trouate,moltiplicata nella differenza de' quadrati loro fa 10.

Ancora se delle 5.quantità dette,moltiplicaremo il prodotto delle due r.48.piu 6. via r.3. piu 1.qual prodotto è 18.piu r.300. via il prodotto di due dell'altre,ch'è rad.cuba L $108\frac{1}{3}$.men.rad. $11718\frac{3}{4}$.⅃ (il quad.cioe di rad.cuba L $7\frac{1}{2}$.meno rad.$52\frac{1}{12}$.⅃) & il prodotto di questo 4. (quale è rad.cuba L 1800.piu rad.3000000. ⅃ moltiplicaremo per l'altra quinta che rimane, quale è rad.cuba L $7\frac{1}{2}$. meno rad.$52\frac{1}{12}$.⅃ il prodotto vedremo essere il 10.istesso che conuiene. Quale operatione si è fatta in margine, accioche gli Studenti si faccino esperti, & sappiuo operare in esse facilmente,& con breuità.

Cubisi 18.piu rad.300.
il quad.è 624.piu rad 300.volte 36

11232 648
10800 624
22032 1272
1272
r.1617984
via r.300

r.c.L 22032. piu rad. 485395200 ⅃ r.3.entra in q̄sta r.volte 10.via 1272.cioe volte 12720
via r.c.L $108\frac{1}{3}$.meno rad. $11718\frac{3}{4}$.⅃ r.3.entra in questa r.volte $62\frac{1}{2}$. via $62\frac{1}{2}$.

176356 $3906\frac{1}{4}$. 25440
21032 $62\frac{1}{2}$. 76320
7344 30 6360
2386800 $62\frac{1}{4}$. però il quad.di r.3.entra nel prodotto d'esse r.volte 795000
me.2385000 onde moltiplicato per 3. fa 2385000. & questo è il prodotto
1800 d'esse rad. & è meno, essendo delle producenti rad.l'vna più, & l'altra meno.

$108\frac{1}{3}$.via 12720.via r.3.& è piu. 22032.via $62\frac{1}{2}$.via r.3.& è meno.
$108\frac{1}{3}$. $62\frac{1}{2}$.
10176 44064
12720 132192
4240 11016
Cioe 1378000. via rad.3. & è piu; Cioe 1378000. via rad.3. & è meno.
1377000.
la differenza è 1000 via r.3.& fa r.3000000.& è piu.

il p̄dotto è r.c.L 1800.piu r.3000000 ⅃ r.3240000
da moltiplicare via r.c.L $7\frac{1}{2}$.m̄ r.$52\frac{1}{12}$.⅃ via meno r. $52\frac{1}{12}$.
126 156250000 27
900 16848
13500 12500 fa meno r.168750000
meno 12500 r.3000000
1000 via r. $56\frac{1}{4}$.
fa rad.16875000

fa radice cuba L 1000. ⅃ cioe 10. come bisogna.

Ancora se la maggior quantità alla minore hà la proportione di 2. piu rad.3. ad 1. Quando la maggiore fusse 1.la minore saria 2. meno r.3.(che se 2.piu rad.3.douenta 1.all'hora 1.douentaria 2.meno rad.3. cioe se 2. piu rad.3. da 1. esso 1.daria 2.meno rad.3. che partito il prodotto di 1.via 1. cioe 1. per 2. piu rad.3. ne viene 2.meno rad.3.che questo Residuo auenimento moltiplicato con il suo binomio, ch'è il partitore fa 1. come anco 1. via 1.fa 1.) Hora posta la quantità maggiore 1.$\overset{1}{\smile}$, la minore sarà (2.meno rad.3.) $\overset{1}{\smile}$, li loro quadrati sono 1.$\overset{2}{\smile}$,& (7.meno rad.48.) $\overset{2}{\smile}$,la loro differenza è (rad.48 meno 6.) $\overset{2}{\smile}$,che moltiplicata via (rad.3. meno 1.) $\overset{1}{\smile}$, differenza delle due quantità fa (18.meno rad.300.) $\overset{3}{\smile}$, & questo è eguale a 10. però la $\overset{1}{\smile}$ valerà rad.L $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{12}$. ⅃ & questa è la maggiore delle due quantità; Ouero posta la maggiore 1.$\overset{1}{\smile}$, & la minore (2. meno rad. 3.) $\overset{1}{\smile}$,la somma loro sarà (3.meno rad.3.) cose, che moltiplicata via la somma de' quadrati loro, ch'è (8.meno rad.48.) $\overset{2}{\smile}$, fa (36. meno rad. 1200.) $\overset{3}{\smile}$, & questo sarà eguale a 20. però il $\overset{3}{\smile}$, & la $\overset{1}{\smile}$,valeranno come s'è detto (che schisato per 2. questo anco è (18.meno rad.300.) $\overset{3}{\smile}$ eguale a 10. & moltiplicato ciascuna quantità per 18. piu rad. 300. si riduce a 24.$\overset{3}{\smile}$ eguale a 18. piu rad.3000.) onde la quantità maggiore sarà rad.L $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{12}$.⅃ quale rad.L ⅃ è quanto rad. cuba $3\frac{3}{4}$. pin rad.quadra cuba $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. Et la quantità minore sarà il suo Residuo,cioe rad.cuba L $7\frac{1}{2}$.meno rad.$52\frac{1}{12}$.quale è quanto rad.cuba $3\frac{3}{4}$.meno rad.q.c.$\frac{2}{4}\frac{5}{8}$.

(rad.48.meno 6.) ce
(rad. 3.meno 1.) $\overset{1}{\smile}$
(18.meno rad.300.) Eguale a 10.
18.meno rad 300
24.$\overset{3}{\smile}$. Eguale a 180.piu rad.30000.
1250.
1.$\overset{3}{\smile}$. Vale $7\frac{1}{2}$.piu rad.$52\frac{1}{12}$.
però 1.cosa. Vale rad.c.L $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{12}$.⅃

Et nel quesito medesimo di trouare due quantità tali, che il dutto della differenza loro, nella differenza de' quadrati loro sia 19. Et che il dutto della somma loro nella somma de' quadrati loro sia 20. Se noi attendendo solo ad vna parte del quesito diremo.

Trouinsi due quantità tali,che il dutto della differenza loro,nella differenza de' quadrati loro sia 10. Et anco ponendo la maggiore delle due quantità essere poniamo 3. si dica la minore essere 1.cosa.

Et perche la differenza de'quadrati di due quantità è il dutto della somma loro nella differenza loro; Si potrà anco dire,che il dutto della differenza delle due quantità,nella differenza de' lor quadrati, è quanto il dutto della differenza loro, nel prodotto della differenza loro, nella somma loro, cioè è quanto il dutto del quad. della differenza loro nella somma loro. Onde essendo la minore 1.co. & la maggiore 3. la differenza loro sarà 3. meno 1.co.il suo quad.è 9.meno 6.co.p̄ 1.ce.che moltiplicato via 3.p̄ 1.co somma delle due quantità fa 27.meno 9.co.meno 3.ce.p̄ 1.$\overset{3}{\smile}$. Et questo deue essere 10. Onde accomodando le parti haueremo 1.$\overset{3}{\smile}$ p̄ 17.Eguale a 3.ce.piu 9.co. doue la co.vale alquanto manco di $1\frac{5}{2}\frac{3}{}$.ma piu d'$1\frac{5}{1}\frac{1}{0}\frac{}{0}$.

Et ponẽdo la minor quantità 3.& la maggiore 1.co.i loro quadrati sono 9.& 1.ce. la loro differenza

ferenza è 1.ce.meno 9 che moltiplicato via 1.co. m̃ 3.la differenza delle due quantità, il prodotto è pure 1.cu.meno 3.ce.m̃ 9.co.p̃ 27.& è eguale a 10.onde come prima si ridurrà a 1.cu.p̃ 17.Eguale a 3.ce.p̃ 9.co doue la co.vale alquanto manco di 4 $\frac{1}{5}$ ma alquanto più di 4 $\frac{1}{6}$.

Et in questa Equatione d'1.cu.p̃ 17. Eguale a 3.ce.p̃ 9.co. la cosa si vede valere fra 1 $\frac{51}{100}$. & 1 $\frac{1}{2}$. Et anco può valere fra 4 $\frac{1}{6}$. & 4 $\frac{1}{5}$. perche nel Capitolo, ò Equatione di cu.& numero Eguale a ce.& co.la co.può hauere due valute.

Ma trouate le due valute della co. cioè ò sia la maggiore quantità 3. & la minore fra 1 $\frac{1}{2}$. & 1 $\frac{51}{100}$.ò sia la minore 3.& la maggiore fra 4 $\frac{1}{6}$.& 4 $\frac{1}{5}$.potrà bene essere, che la differenza delle due quantità,moltiplicata nella differenza de' dui quadrati loro facci 10.ma già non seguirà poi che la somma loro moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. Poiche la positione fatta tende tutta,& si serue solo del 10. Et anco delle due quantita ne piglia vna a beneplacito, ch'è il 3.perilche la solutione seruiria solo alla prima parte del quesito.

Et se attendendo alla seconda parte, cioe formando vn quesito, che contenga solo la seconda parte diremo.

Trouinsi due quantità, la somma delle quali, moltiplicata via la somma de' loro quadrati facci 20.

Et se anco vorremo fingere,che la minore sia data essere 3.poneremo poi la maggiore 1.co.i loro quadrati sono 9.& 1.ce.& in somma fanno 1.ce.p̃ 9.che moltiplicato via 1.co. p̃ 3.somma delle due quantità fa 1.cu.p̃ 3.ce.p̃ 9.co.p̃ 27.ilche sarà eguali a 20. Cioe 1.cu.p̃ 3.ce p̃ 9.co.p̃ 7.eguale a 0.ilche è impossibile. Et questo occorre perche il 27. che viene ad essere il cubo di 3 posto essere la minore quantità è maggiore di 20. onde conuerria che il 3.fusse tale, che il suo cubo non arriuasse a 20.

Ma dato che la maggior quantità fusse 3.posta la minore 1.co.la somma de' loro quadrati è 9.p̃ 1.ce.che moltiplicato via 3.p̃ 1.co. somma delle due quantità fa pure 27.p̃ 9.co.p̃ 3.ce.p̃ 1.cu. Et questo è eguale a 20.perilche si peruiene alla istessa Equatione d'1.cu.p̃ 3.ce. p̃ 9.co.p̃ 7. Eguale a 0.ilche essendo impossibile ci mostra, che anco la maggior quantità può essere 3. Et ben si vede,che essendo la maggior quantità 3. quando anco la minore fusse molto piccola, & quasi 0. il solo quad. della maggiore che saria 9. (non che la somma de' quadrati d'ambedue, che saria piu di 9.) moltiplicato in essa sola maggiore 3. (nõ che nella somma d'ambedue loro, che saria piu di 3.) faria 27. (cubo d'esso 3.) ch'è molto maggiore del 20.dato,però essa maggiore, conuiene che sia manco della rad.cuba del 20.dato.

Et se ponessimo essa maggior quantità essere 2. & la minore 1. co. la somma de' loro quadrati saria 4.p̃ 1.ce che moltiplicato via 2.p̃ 1.co.somma delle due quantità fa 8.p̃ 2.ce.p̃ 4.co. p̃ 1.cu. ilche è eguale a 20. cioe 1.cu.p̃ 2.ce.p̃ 4.co. Eguale a 12. doue la co.vale manco d'1 $\frac{2}{3}$.pero la minor quantità saria manco d'1 $\frac{2}{3}$.

Et ponendosi la minor quantità 2.& la maggiore 1.co. ancora la somma de' loro quadrati, & la somma delle due quantita sariano le istesse, & però il prodotto loro saria l'istesso, & però la istessa Equatione, ma all'hora perciò la co. valeria l'istesso, cioe manco d'1 $\frac{2}{3}$. (perche quando quante si voglino dignità sono eguali a numero, la co. non può hauere se non vna sola valuta, che non si può variare essa valuta,perche accrescendosi,ò scemandosi ne seguiria,che ancora il valore delle dignita Algebratiche si accresceria, ò scemaria, & così la somma loro si accresceria, ò scemaria, onde ella non potria poi essere eguale al numero dato, al quale esse dignita si dicono essere eguali.) Et così il 2.non saria la minore quantita delle due, ma anzi la maggiore. Et ciò auuiene perche nella positione di 2. & 1.co. si viene a dire, che delle due quantita l'vna è 2.& l'altra 1.co.ne in essa positione occore cosa che facci conoscere, ò astringa il 2. essere la maggiore,ò la minore,poiche & esse due quantita,si sommano insieme,& anco i quadrati loro, le quali somme sono sempre le istesse ne variano,ò sia il 2 minore d'1.cosa,ò sia maggiore,onde nel proporre il quesito basta dire,che delle due quantita l'vna è 2.& si cerca l'altra.

2 2.p̃ 1.co.
4 p̃ 4.co.p̃ 1.ce.
8.p̃ 4.co.p̃ 1.ce.
via 4.p̃ 1.co.
fa 32.p̃ 24.co.p̃ 8.ce.p̃ 1.cu.
Eguale a 20. Cioe
1.cu.p̃ 8 ce.p̃ 24.co.p̃ 12.
Eguale a 0.

maggiore 3. 3.m̃ 1.co.
quadrati 9. 9.m̃ 6.co.p̃ 1.ce.
differenza. 6.co.m̃ 1.ce.
differenza delle quantita 1.co.
prodotto 6.ce.m̃ 1.cu.eguale a 10.
cioe 6.ce.eguale a 1.cubo p̃ 10.

minore 3.maggiore 3.p̃ 1.co.
9. 9.p̃ 6.co.p̃ 1.ce.
differenza de' quad.1.ce.p̃ 6.co.
differẽza delle due quãtità 1.co.
prodotto 1.cu.p̃ 6.ce.
Eguale a 10.

Et ben si vede,che se la minore si dicesse essere 2.il quesito saria impossibile, perche quãdo l'altra maggiore (& però piu di 2.) fusse poniamo 2 $\frac{1}{100}$. il suo quad. saria piu di 4. che con il 4. quad.di 2.faria più di 8.che moltiplicato via la somma delle due quantita,ch'è piu di 4 faria piu di 32.ch'è molto maggiore del 20.dato.

Ma della istessa impossibilita ci faria accorgere l'Algebra, se dicendosi pure la minore essere 2.poneremo poi che la maggiore sia 2.p̃ 1.co. che così si peruerria ad 1.cu.p̃ 8.ce.piu 24.co.piu 12. Eguale a 0.ch'è impossibile.

Ancora nel primo quesito doue si dice che il dutto della differenza delle due quantita, nella differenza de i quadrati loro è 10.potremo vsare questo istesso modo di positione, che volendo la maggiore delle due quantita essere 3. la minore si potra dire essere 3.m̃ 1.co. & si peruerria a 6. ce.Eguale ad 1.cubo piu 10. Che ponendo la minore 3.& la maggiore 3.piu 1.co.si peruerria ad 1.cu.piu 6.ce.Eguale a 10.)

Hora auertiremo, che con la Regola data da principio,hauendo trouato le due quantità cercate,essere l'vna maggiore r.c. 3 $\frac{3}{4}$.p̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. Et l'altra minore,il suo Residuo, cioe r.c. 3 $\frac{3}{4}$.m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$. Et poi anco in altro modo vedendo la maggiore essere r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. piu r.52 $\frac{1}{12}$.⅃ & la minore il suo Residuo r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. meno r.52 $\frac{1}{12}$.⅃ veniamo a conoscere, che ò due diuerse solutioni può hauere il quesito, cioe che si possono trouare due quantità che faccino quanto si propone, & poi anco due diuerse da quelli, Ouero (come è veramente il vero) che le due seconde sono l'istesse che le due prime, cioe che r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. piu r.52 $\frac{1}{12}$.⅃ è quanto r.c.3 $\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. Et che similmente il Residuo r.c.L 7 $\frac{1}{2}$.meno r.52 $\frac{1}{12}$.⅃ è quanto il Residuo r.c 3 $\frac{3}{4}$. meno r.q.c. $\frac{25}{48}$. Et per chiarircene cubaremo r.c. 3 $\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. & vedendo che fa a punto 7 $\frac{1}{2}$. piu r.c. 52 $\frac{1}{12}$.quanto anco è il cubo di r.L.7 $\frac{1}{2}$. piu r.52 $\frac{1}{12}$.⅃ siamo sicuri che dette due quantità sono eguali,ò vogliamo dire significano,ò vagliono l'istesso,& che perciò 7 $\frac{1}{2}$.piu r 52 $\frac{1}{12}$.è binomio cubo (*non ostante che la differenza de' quadrati delle sue due parti, cioè 56 $\frac{1}{4}$. & 52 $\frac{1}{12}$. qual differenza è 4 $\frac{1}{6}$.non sia numero cubo,come secondo l'oppinione comune de i famosi Scrittori doueria essere essa differenza,accio si potesse tentare se il binomio sia cubo.*) & la sua r. cuba è r.c.3 $\frac{3}{4}$.piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. Onde si deue con ogni affetto ringratiare sommamente Iddio, che ci habbi illustrato l'intelletto a peruenire a tale cognitione, & tanto altamente accrescere ornamento alla Dottrina delle quantità, O se fossero hora fra noi gli Eccellentissimi Nonio, & Bombelli,ingegni admirabili, & alcuni simili, che hanno apportato immenso splendore ad essa Dottrina, & in ciò pensato anzi tenuto per certo,che simili Binomij non habbino rad.cuba particolare, & essere impossibile passare più auanti in ciò (*come ci scorge massime da quello, che scriue il Nonio nel fine della sua Algebra*) quanto, ò quanto si rallegrarebbono come veri, & ingenui amatori della Scienza,vedendosi passar pure questi termini,& ampliarla di tanto, oltre ancora al loro pẽsiero,per non hauere essi stante la bruietà della vita,hauuto quell'occasione, che hora il benignissimo Iddio si è compiacciuto concedere a me,che non è dubio alcuno, che ancor'essi di continuo sarebbono passati auanti a nuoue,& sottilissime speculationi; Dhe voi Giouani nobili di progenie, comodi di riccheaze, & robusti per vigorosa sanita del Corpo, adoprate questa tanta copia di Stromenti concessiui così liberalmente dalla Natura, ad illustrare i vostri intelletti, a nobilitare i vostri nomi,ad apportare ornamento alle Scienze,ad operar sempre a gloria di N. S. Dio, & giouamento vniuersale; & non lassate passar giorno sine linea, come ne ammonisce il saggio Platone,perche il tempo mai ritorna indietro, ò stà fermo, & se quello che si potria fare hoggi si aspetti a fare domani,si viene a perdere quello che (*hauendo operato hoggi*) si faria poi domani, & così si resta con tal dãno non mai piu ricompensabile; Accendete, accendete gl'animi vostri al vero honore, & per consequenza alla salute (*che come dice il dottissimo Tasso nella Gierusalemme liberata. La VIA d'HONOR della SALVTE è via*) che si acquistano cõ l'operare virtuosamente,& con l'ornarui di Scienze Illustri, gioconde, & proficue; Sdegnateui, Sdegnateui dico di far dimora nell'otio ignobile,vile,& infame,che tende ad estinguere con tutti i beni,la Illustre Fama,& fa venire in disprezzo a tutti i buoni; Vdite quello, che dice l'istesso giudiciosissimo Tasso.

„ La sopra l'erto, & faticoso colle Della Virtù riposto è il vostro bene.
„ Chi non gela,& non suda,& non si estolle Dalle uie del piacer la non peruiene.

Ma torniamo al nostro quesito, & con l'occasione dataci da esso, mediante l'aiuto Diuino essercitando il discorso naturale,vadasi speculando come si possa trouare la causa,& Regola da conoscere come essi Binomij,& Residui siano Cubi,& come se ne troui la loro radice cuba. Onde cominciando dal considerare il modo di cubare vna quantita composta, ò imaginata, componersi da dui nomi,poniamo d'hauere a cubare A piu B. il qual cu. è q̃llo, che nasce a moltiplicare esso

re esso

re esso A piu B via il quadrato del medesmo A piu B. Ma il quadrato d'esso A. piu B consta, ò si compone di tre prodotti, che sono il quadrato di A. Il doppio di A via B. Et il quadrato di B.

Cubisi A piu B.

A piu B
via A piu B

quad.di A. Doppio di A.via B. quad.di B.
via A. piu B.

primo cubo di A. Secondo A.via il doppio di A.via B. Terzo A.via il quad.di B.
ouero A.via A.via il doppio di B.
cioe il quad.di A.via il doppio di B.
Quarto B.via il quad.di A. Sesto Cubo di B.
Quinto B via il doppio di A.via B.
cioe il quad.di B.via il doppio di A.

Ma il Secondo, & Quarto sono quanto il quad.di A.via 3.volte, ò via il triplo di B.

Ouero (che resulta l'istesso) sono quanto il dutto di B.nel triplo del quad.di A.

Ancora il Terzo, & Quinto sono quanto il quad. di B. via il triplo di A. ò vogliamo dire sono quanto il dutto di A.nel triplo del quad.di B.

Onde il Cubo di A.piu B. cioe il Cubo d'vn Binomio consta di quattro prodotti, che sono,

Il Cubo del primo nome, ò prima parte.

Il Cubo della seconda.

Il dutto della prima, nel triplo del quadrato della seconda.

Il dutto della seconda, nel triplo del quadrato della prima.

quali tre prodotti moltiplicati di nuouo per A.piu B.cioe ciascun d'essi per A.& anco per B. li 6. prodotti saranno come si vede in margine, quali breuemente si riducono solo in 4. che sono. Il cubo di A. Il cubo di B. A.nel triplo del quad.di B. Et B. nel triplo del quadrato di A. Onde si conosce, che quando vna quãtità è diuisa in due parti. Il cubo d'essa quantità è eguale a questi quattro prodotti, cioe. Al cubo della prima parte. Al cubo della seconda parte. Al dutto della seconda nel triplo del quadrato della prima. Et al dutto della prima parte nel triplo del quad.della seconda.

Concluso questo, noi presa la sopradetta quantità, ò binomio rad.c $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. per trouare il suo cubo, ò per cubarla la intenderemo diuisa nelle sue due parti r.c. $3\frac{3}{4}$. Et r.q.c. $\frac{25}{48}$. & con esse formaremo i quattro prodotti, che deuono componere il cubo d'essa quantità; Onde Il cubo di r.c. $3\frac{3}{4}$. prima parte sarà $3\frac{3}{4}$. Il cubo di r.q.c. $\frac{25}{48}$. seconda parte sarà r. q. $\frac{25}{48}$. Ancora il dutto della prima parte nel triplo del quadrato della seconda è $3\frac{3}{4}$. Et il dutto della seconda parte nel triplo del quad.della prima è r.$42\frac{3}{16}$. quali quattro prodotti ristretti, & accomodati insieme si riducono in somma a $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{12}$. Et questo è il cubo del binomio dato r.c.$3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. Et cosi sappiamo il prodotto trouato, cioe $7\frac{1}{2}$. piu r.$52\frac{1}{12}$. essere veramente binomio cubo, & per sua r.cuba hauere vn'altro binomio composto di r.c. & r.q.c. che è il detto r.c.$3\frac{3}{4}$. piu r.q.c.$\frac{25}{48}$. Et perciò similmente il suo Residuo $7\frac{1}{2}$. m̃ r.$52\frac{1}{12}$. è Residuo cubo, & la sua r.cuba, è il Residuo r.c.$3\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{25}{48}$.

Cubisi r.c.$3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$.

Il cubo della prima prima parte è $3\frac{3}{4}$.

Il cubo della seconda parte è r.q. $\frac{25}{48}$.

Il quad.della prima parte è r.c. $\frac{225}{16}$.

Il suo triplo è r. c. $\frac{6075}{16}$. che ridutto a r.q.c. è r.q.c. $\frac{6075}{16}$. via r. q. c. $\frac{6075}{16}$. quale moltiplicata via r.q.c. $\frac{25}{48}$. secõda parte fa rad.quadra cuba $\frac{307546875}{16. \text{ via } 16. \text{ via } 16.}$ che presane la sua rad. cuba, si riduce a rad.q. $\frac{675}{16}$. ò vogliamo dire r.$42\frac{3}{16}$.

Il quad. della seconda parte è r. cuba $\frac{25}{48}$. il triplo d'esso è r.c. $\frac{225}{16}$. che moltiplicato via r.c. $\frac{15}{4}$. prima parte fa r.c. $\frac{15}{4}$. via $\frac{225}{16}$. che per essere il $\frac{225}{16}$. quanto il quad. di $\frac{15}{4}$. si vede, che esso prodotto si riduce a $\frac{15}{4}$.

2025

$\frac{6075}{16}$. via $\frac{6075}{16}$. via $\frac{25}{48}$.

16

6075
25
151875
2025
3796875
303750
307546875
6 7 5
216
91546
84763
6783875
6783875

60
60
3600
3
10800
7
75600
8820
343
84763

7
7
49
3
147
60
8820

fom?

2025.
sommisi rad. $\frac{25}{48}$. con rad. $\frac{675}{16}$.
entra per rad. 81. cioe 9. volte
1
però nella somma entra 10. volte
onde r.100. via rad. $\frac{25}{48}$.
fa rad. $\frac{625}{12}$. via rad. $52\frac{1}{12}$.

670
670
448900
3
1346700
5
6733500
50250
125
6783875

5
5
25
3
75
670
50250

cioe a $3\frac{3}{4}$. Onde li quattro prodotti sono $3\frac{3}{4}$. radice $\frac{25}{48}$. & radice $42\frac{3}{16}$. ma la somma delli dui primi è $7\frac{1}{2}$. & la somma delli dui seguenti è ℞ $52\frac{1}{12}$. & però in tutto fanno $7\frac{1}{2}$. piu ℞ $52\frac{1}{12}$. che è il Cubo della quantita data.

Auanti mò che si passi ad altra consideratione potranno auuertire gli Studenti, che dalla cognitione del facil modo di cubare vna quantita supposta, ò imaginata diuisa in due parti, cioè dal sapere, che quando vna quantità si diuida in due parti, il cubo d'essa quantità si compone, ò vogliamo dire è eguale a quattro prodotti, che sono; Il cubo della prima parte; Il cubo della seconda. Il dutto della prima parte nel triplo del quad. della seconda; Et il dutto della seconda nel triplo del quad.della prima; Si può anco venire in cognitione come conuersamente si troui la r.cuba de' numeri grandi quanto si voglino, con modo facile & che sempre restarà in mente, mentre resti in mente la qualità, è proprietà detta della quantità diuisa in due parti, dal quale esso modo di pigliare la rad.cuba de' numeri depende; Et per mostrarlo con vn semplice essempio. Sia proposto poniamo 84548609. da pigliarne, ò trouarne la rad.cuba, in esso puntate le sue figure a tre a tre, cominciando da man destra (*perche il cubo delli numeri contenuti da vna sola figura, cioè che non passano 9. è al piu di tre figure, & il cubo delli numeri contenuti da due figure, cioe da 10. a 99. è al più di 6. figure, ma almeno di 4. figure. Et delli numeri contenuti da 3. figure, è al piu di 9. figure, & almeno di 7. figure, cioè di 7. ò di 8. ò di 9. figure; Et delli numeri contenuti da 4. figure, è di 10. 11. ò 12. Et delli contenuti da 5. figure, è di 13. ò di 14. ò di 15. & cosi seguendo di tre in tre*) perche il numero dato riceue 3. punti, sapremo che il numero che sarà la ℞ del dato sarà contenuto da 3 figure, delle quali la prima sinistra sarà la ℞ cuba di 84. che è 4. & auanza 20. hora per trouare la secõda figura da ponere sotto all'8. puntato, noi fingeremo di douer pigliare la ℞ cuba di 84548. solamente che contiene i dui punti sinistri, & che perciò la sua ℞ cuba sarà vn numero contenuto da due figure, delle quali la prima sinistra è il 4. già trouato, quale rispetto alla seguente da trouarsi hà significato di decine, & però

84548609
4 3 8
64
20548
15507
5041609
4520672
$438\frac{520937}{576847}$.

A 40
40
1600
3
C 4800
B 3
D 14400
F 1080
G 27
H 15507

B 3
3
9
3
37 E
40 A
1080 F

a 430
430
184900
3
c 554700
b 8
d 4437600
f 82560
g 512
h. 4520672

b 8
8
64
3
192 e
430 a
82560 f

Per formare il denominatore del rotto.

438
439
192282
3
576846
1
denominatore 576847

Ouero
1314
439
576846
1

Proua trouando il cubo dell'intiero 438,

438
438
191845
1534752
575532
767376
84027672
520937
8454860

439
439
192721
1734489
578163
770884
84604512
84027679
576847

differenza delli dui cubi prossimi, che è il denominatore del rotto.

significa 40. Questo 40. insieme con la figura da trouarsi, ò sia ella 1. ò 2. ò 3. ò 4. ò altra fino a 9. (ò sia ella zero) contenirà il total numero, che è ℞ cuba dell'84548. qual numero saria ò 41. ò 42. ò 43. ò altro fino a 49. onde considerato il numero di due figure continente la ℞ cuba da trouarsi essere diuiso in

so in due parti, che siano il 40.A noto,& il B ignoto,ma da trouarsi,& sapendo, che il cubo d'vna
quantità diuisa in due parti è eguale a 4. prodotti, che sono il cubo di A. Il cubo di B. Il dutto
di B.nel triplo del quad.di A. Et il dutto di A.nel triplo del quadrato di B. conosciamo che dal-
l'84548.cauando vno di questi 4.prodotti,cioe il cubo di A 40. qual cubo è 64000, cioè 64 mil-
liara,che cauato dall 84.milliara,resta 20.milliara,alquale accompagnato il 548.fa 20548.che è
il totale restante,in questo restante doueranno contenersi gli altri 3. prodotti, che sono il dutto
di B.nel triplo del quad. di A. Il dutto di A nel triplo del quad. di B. Et il cubo di B. conuerrà
dunque che B.sia tale figura (più grande che sia possibile) che con essa formati detti 3. prodotti
la somma si possa cauare dal 20548.cioè non ecceda esso 20548. (perche eccedendolo il B. preso
faria troppo) ma che resti manco che sia possibile,accioche il B come bisogna sia la maggior fi-
gura che si possa trouare;Onde fatto il triplo del quad.di A,cioè moltiplic. A. 40. in se stesso, che
fa 1600. & q̃sto p 3.che fa 4800.& sia C,q̃sto C,moltipl.poi p il B.che si trouarà sarà vno delli 3.
prodotti detti,quale C hora 4800 ꝑche egli nel 20548.dal quale si hà da cauar la somma delli 3.
prodotti entra solo 4.volte,conosciamo che il B.quale si cerca non può essere più di 4. ma doue-
rà essere 4.ò manco di 4. cioè ò 3.ò 2.&c. Onde ponendo egli essere 4. moltiplicato via C 4800.
fa 19200. per vno delli 3. prodotti, & chiamiamolo primo. Ancora per il secondo, il triplo del
quad.di esso B 4.è 48.da moltipl. con A.40.& fa 1920.che con il primo ꝓdotto(senza anco por-
ui il terzo, che saria il cubo di esso 4.) fa più del 20548. perilche si vede, che questo 4.è troppo,
poneremo dunque il B.essere solo 3.che moltiplicato via C 4800.fa 14400.per il primo prodot-
to,& la potiamo chiamare D. Ancora il quad.di esso 3.B è 9. che triplato fa 27. & questo molti-
plicato per 40.A fa 1080.che è il secondo prodotto,& si può chiamare F. Et il terzo è il cubo di
3.B.cioè 27.quali 3.prodotti sommati insieme fasino 15507.che si può cauare dal 20548. però 3.
è il vero B cercato, da ponere sotto all'8. puntato. Et dal 20548.cauato il 15507.scrittoli sotto
resta 5041. Onde sin hora sappiamo la ℞ cuba di 84548. essere 43. & auanzare 5041. Ouero
considerando,ò hauendo rispetto al totale 84548609. potremo dire,che la ℞ cuba di 84548.mil
liara è 43.decine, & auanza 5051. milliara. Seguendo mò a trouare la seguente figura da pone-
re sotto al 9.puntato,rispetto alla quale,& chiamiamola b. il 43. a lei sinistro è 43. decine, cioe
430.fingeremo pure,ò cõsideraremo,che il num.totale,quale hà da essere ℞ cuba dell'84548609
sia diuiso in due parti,che sono il 430. a, & il b ignoto,onde il cubo d'esso num.totale, sarà egua-
le alla sõma de'quattro prodotti ordinarij, cioè al cubo di 430. al dutto di b nel triplo del quad.
di 430. a. Al dutto di 430. a nel triplo del quad.di b. Et al cubo di b; Onde dall'84548609. es-
sendo cauato il cubo di 430.a (che è vno de'quattro prodotti) nel restante quale è 5041.millia-
ra,& il 609.di più,cioe è 5041609.doueranno contenersi li altri tre prodotti ordinarij detti; Ho
ra formato il triplo del quad. di 430. egli è 554700. quale moltiplicato con il b ignoto produr-
rà il primo de' tre prodotti, & considerato che questo 554700. nel 5041609. entra 9.volte, ma
auanza poco,talmente che il secondo,& terzo prodotto gionti al primo, la somma loro eccede-
ria il 5041609. conosciamo che b. non può atriuare a 9. onde posto che sia 8.lo moltiplicaremo
con il triplo del quad. di a,& fa 4437600. che è il primo prodotto; Ancora moltiplicaremo il
triplo del quad.di 8.b,con 430,& fa 82560,che è il secondo prodotto,& il cubo di 8.b, cioe 512.
è il terzo prodotto,quale sommato con gl'altri dui detti, fa 4520672, & questo si può cauare dal
5041609. però 8. è la figura cercata da scriuere sotto al 9. puntato,& anco si scriua il 4520672.
sotto al 5041609.cauandolo da lui,che resta 520937. & questo è il fine della operatione non vi es
sẽdo altre figure da trouare,ò altri punti da sottoscriuerui altre figure(che quãdo vi fussero altri
punti quanti si voglino, noi nel modo istesso ad vna ad vna andaressimo trouando le figure da
scriuerli sotto, & quando alcuna d'esse figure che si trouassero fusse zero, cioe o.all'hora la ope-
ratione che si facesse con essa saria similmente zero,& perciò non accaderia a cercarne i 3. pro-
dotti,che essi fariano in somma niente, & cauati dal numero che si hauesse restaria l'istesso nume
ro,onde accompagnateli le 3. seguenti figure del numero dato si cercaria al modo solito la figu-
ra da ponere sotto alla terza di dette 3.figure,qual terza figura è quella dal punto.) Et cosi ha-
ueremo trouato, che la ℞ cuba dell'84548609. è 438.& auanza 520937.con il quale auanzo po-
stolo per numeratore sopra ad vna riga,se vorremo formare il rotto per trouare il denominato-
re quale poniamo essere il numero in che il cubo del 438. trouato è superato dal cubo di 439. in-
tiero prossimo seguente; noi (come potremo dedurre dal discorso, che intorno a ciò si farà qui
sotto) moltiplicaremo il 438.per il 439.& triplaremo il prodotto,cioe lo moltiplicaremo per 3.
Onde haueremo 438.439. 3.da moltiplicare fra loro;perilche la operatione riuscirà molto bre-
ue,se moltiplicaremo il 438.per 3. & il prodotto 1314. che si troua senza fatica, moltiplicaremo
poi per l'altro numero 439. Ouero moltiplicaremo 439. per 3. & il prodotto 1317. si moltipli-
carà per 438.che in qual si vogli modo l'vltimo prodotto sarà 576848. al quale si giunge sẽpre 1.
che

che è il Cubo di 1. in che il 439. supera il 438.& fa 576847. quale per denominatore scriueremo
sotto alla riga,& diremo la rad.cuba propinqua di 84548609. essere $438\frac{520937}{576847}$. Et cosi
con questo modo mentre non ne hauessimo à memoria alcun'altro potremo trouare la rad.cuba
di qual si vogli numero dato; Onde vediamo quanto beneficio si caua dalla sola cognitione
della proprietà della quantità diuisa in due parti nel trouarne il suo Cubo mediante esse due sue
parti con li quattro prodotti da loro dependenti, facilissima proprietà da mantenere nella me-
moria,& però da ridurci a memoria ancora facilmente le cose da lei dependenti.

Andremo mò discorrendo, ò considerando come si possa trouar modo facile da venire in co-
gnitione della differenza de' Cubi di dui numeri intieri prossimi, cioe distanti fra loro nella
sola mità.

Poniamo d'hauere 5.& 6. intieri prossimi da trouare la differenza de i Cubi loro; Fingasi il
6. maggiore essere diuiso in 5. (numero minore) & 1. (differenza d'essi 5. & 6.) & perciò sa-
premo che il cubo di 6. totale si compone da'4. prodotti,che sono;Il cubo di 5.Il cubo d'1. (par-
ti dette del 6.) qual cubo d'1. è sempre 1. Il triplo del quad. di 1. che è sempre 3.moltiplicato
via il 5. che però è sempre il triplo di 5.Et il triplo del quad. di 5.che hora è 75. moltiplicato via
1. (che è l'altra parte del 6.) qual produce sempre l'istesso triplo del quad. dell'altra parte, cioe
hora 75. Onde da questi quattro prodotti leuato il cubo di 5: la somma delli altri 3. sarà la dif-
ferenza del cubo di 5. al cubo di 6. ma essi 3. prodotti sono 75. 15.& 1. che il 75.è il triplo di 25.
quad.di 5. Et il 15.è il triplo dell'istesso 5 ma il primo si può dire essere il dutto di 5.via 5.via 3.
Et il secondo il dutto di 5. via 3 ẽma per cõmodità, & resulta l'istesso, diremo essere il dutto di 1.
via 5.via 3. Onde il dutto di 5. via 5. & anco il dutto di 1. via 5. che è quanto in somma il dutto
di 5.& 1.cioe di 6.via 5.& fa 30.si hà da moltiplicare sempre per 3 cioe triplarlo, che hora fa 90.
& questo è la somma di 75.& 15.alla quale si deue poi giongere 1. che è sempre il cubo di 1, & fa
hora 91.& questo 91.è la differenza di 125.a 216.cubi di 5.& 6. Di qui dunque potremo dedur-
ne la regola dicendo.

Per trouare la differenza,che è dal cubo d'vn numero dato,& sia A 5.dal cubo dello a lui pros
simo seguente maggiore per vna vnità,& sia B.che è 6. Moltiplichisi il dato 5. per il maggiore
di lui in vna vnità, che è il B 6. & il prodotto 30. si tripli,& fa 90. al quale si gionga 1. (cubo d'1.
differenza di A.al B.) & fa 91. per la differenza del cubo di 5.al cubo di 6. Et questo sarà il mo-
do di formare il denominatore del rotto da accompagnare all'intiero nell'estrattione delle ra-
dici cube essendo numeratore l'auanzo della operatione, che perciò la propinqua r.c.di 126. sa-
rà $5\frac{1}{91}$.di 127.sarà $5\frac{2}{91}$.& cosi nelli altri.

Et notisi,che questo modo serue a trouare la differenza de' cubi di dui numeri distanti fra lo-
ro in vna vnità benche essi siano rotti,& misti come si vogli,come saria poniamo fra $\frac{2}{7}$. & $1\frac{2}{7}$. ò
fra $5\frac{3}{8}$.& $6\frac{3}{8}$. ò fra $58\frac{2}{3}$. & $59\frac{2}{3}$. &c. Che per essempio fra $24\frac{1}{2}$.& $25\frac{1}{2}$. il dutto di $24\frac{1}{2}$. via 25.
$\frac{1}{2}$. è (24.via 25 fa 600.& $\frac{1}{2}$.via 24.& 25.fa $24\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{4}$. il che tutto si fa a mente,& in
somma è $624\frac{1}{2}$.& $\frac{1}{4}$. cioe $624\frac{3}{4}$.) $624\frac{3}{4}$. al triplo del quale, che $1874\frac{1}{4}$. giunto 1. fa $1875\frac{1}{4}$.
& questo è la differenza, che si trouaria fra $14706\frac{1}{8}$. cubo di $24\frac{1}{2}$. a $16581\frac{3}{8}$. cubo di $25\frac{1}{2}$.

$24\frac{1}{2}$.	$25\frac{1}{2}$.
49	51
49	51
2401	2601
16807	13005
117649	132651
	117649
8	15002
	$1875\frac{1}{4}$.

Con l'istessa consideratione inuestigaremo la differenza
de'Cubi di qual si voglino altri dui numeri,poniamo di 5. &
13. supponendo il 13. diuiso in 5. & 8.che il cubo di 8. diffe-
renza di 5.& 13.è 512. Il triplo del quad.di 8: moltiplican-
dolo per 5.fa 8. via 8.via 3.via 5. Et il triplo del quad. di 5.
moltiplicandolo via 8. fa 5. via 3. via 8. quali dui prodotti
vanno sommati insieme; Et perche in l'vno,e in l'altro vi è
3.via 5.cioe il triplo di 5. che è 15. il primo sarà 8. via 8. 15.
volte.Et il secondo 5.via 8.15.volte,cioe 64.& 40.15.volte,
cioe 104. 15. volte, che fa 1560. al quale giunto 512. cubo
dell'8.fa 2072. differenza de' Cubi di 5.& 13. Onde perche
8.via 8.& 5.via 8.è quanto 13.via 8.cioe il dutto del 13. to-
tale in 8.differenza,qual dutto và moltiplicato per 15.triplo di 5. numero minore; Si vede per
Regola potersi dire.

Dati dui numeri, (ò quantità) per trouare la differenza de i Cubi loro. Moltiplichisi il mag-
giore per la differenza de' dui numeri (cioe 24. via 9. (essendo i dui numeri dati 15. & 24.) & il
prodotto (360.) si moltiplichi via il triplo del minore) cioe hora per 45.) & al prodotto (ho-
ra 16200.) si giunga il cubo della differenza de' dui numeri (cioe hora il cubo di 9. che è 729.)
che la somma (hora 16929.) sarà la differẽza de'cubi de'dui numeri dati;ò siano essi intieri ò rot
ti,ò misti,ò altre quantità come si voglino, poiche il discorso astratto è fatto in vniuersale.

Tornando hora al nostro Binomio A. $7\frac{1}{2}$, piu rad. $52\frac{1}{12}$. (quale sappiamo essere cubo, & la sua rad.cuba essere il Binomio B. rad.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. vediamo che al solito cauando $52\frac{1}{12}$. quad. della parte minore da $56\frac{1}{4}$, quad. della parte maggiore resta $4\frac{1}{6}$, quale non è numero cubo, cioe la r.c. del quale non è num. simplice, ma è rad.cuba $4\frac{1}{6}$. & nel medesimo r.c. $\frac{25}{6}$. ci accorgiamo essere differenti li dui quad. di r.c. $3\frac{3}{4}$. & r.q.c. $\frac{25}{48}$. che sono le due parti del Binomio B. quali dui loro quad. sono r.c. $\frac{225}{16}$. & r.c. $\frac{25}{48}$. (che r.c. $\frac{225}{16}$. & r.c. $\frac{675}{48}$. nella quale la r.c. $\frac{25}{48}$. entra per r.c. 27. cioe volte 3. & però nella differenza loro entrarà vna volta manco, cioe entrarà solo 2. volte, cioe per r.c. 8. perilche moltiplicando r.c. 8. via r.c. $\frac{25}{48}$. che fa r.c. $4\frac{1}{6}$. questa è la differenza d'essi dui quadrati.) Onde si può notare, che si come nelli Binomij (ò residui) cubi ordinarij composti di numero, & rad.quadra, ancora le loro rad. cube sono composte di numero, & radice quadra; perche in essi Binomij cubi la differenza de' quadrati delle parti loro è num. cubo; Similmente nel sopradetto $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{12}$. perche la r.c. della differenza de' quad. delle due parti è rad.cuba $4\frac{1}{6}$, questo ci mostra, che quando egli sia Binomio cubo conuerrà che la differenza delli quadrati delle due parti nel Binomio, che deua essere sua rad.cuba sia non numero simplice, ma r.c. $4\frac{1}{6}$. & perciò bisognarà, che la sua maggior parte sia rad.cuba, & l'altra sia rad. quadra rispetto a questa, cioe sia r.q.cuba, così come nel Binomio $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{12}$. la minor parte è rad.quadra rispetto alla maggiore.

Cubisi ℞ c. $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$. al modo ordinario.

℞ c. $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.

℞ c. $\frac{225}{16}$. p̃ ℞ c. $\frac{25}{48}$.

la ℞ c. $\frac{25}{48}$. nell'altro entra volte ℞ cu. 27. cioe 3. volte, pero nella somma loro entrarà volte 4. che per perciò 4. cioe ℞ c. 64. via ℞ c. $\frac{25}{48}$. fa ℞ $33\frac{1}{3}$.

di ℞. cuba $3\frac{3}{4}$. il doppio è ℞ cuba 30. che è ℞ quadra cuba 900. quale via ℞ quadra cuba $\frac{25}{48}$. fa ℞ quadra cuba $\frac{1875}{4}$. cioe ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$. il quad. dunque del Binomio dato è ℞ cuba $33\frac{1}{3}$. p̃ ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$. da moltiplicare via ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.

℞ cuba $\frac{1500}{12}$. cioe ℞ cuba 125. cioe 5. quale con $2\frac{1}{2}$. prodotto delle seconde parti fa $7\frac{1}{2}$. & questo con ℞ $52\frac{1}{12}$. somma de' dui prodotto transuersali fa $7\frac{1}{2}$. piu radice $52\frac{1}{12}$. & questo è il total prodotto che è il cubo del binomio dato ℞. c. $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.

Hora per venire all'inuentione del modo di trouare la ℞ cuba de' Binomij cubi simili sia che si dica.

Piglisi la ℞ cuba di $7\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $52\frac{1}{12}$. noi perche questo Binomio è contenuto da rotti lo moltiplicaremo per comodità per vn num. tale che gli riduca ad intieri, & perciò bisogna che nel suo quad. cioe in esso ridotto a forma di ℞ entri il 12. denominatore del rotto $\frac{1}{12}$. della ℞ $52\frac{1}{12}$. & perciò il numero da adoprare potrà essere 6, che moltiplicato per il $7\frac{1}{2}$. lo riduce ad intiero 45. & essendo egli ℞ 36. moltiplicando con esso la rad. $52\frac{1}{12}$. la riduce all'intiera rad. 1875. & così haueremo 45. p̃ rad. 1875 che sarà sessuplo cioe 6. volte quanto il dato Binomio A. $7\frac{1}{2}$. p̃ rad. $52\frac{1}{12}$. ò vogliamo dire conuersamente il Binomio A. dato sarà l' $\frac{1}{6}$. del C 45. p̃ rad. 1875. Onde trouata che sia la rad. cuba del C. la doueremo partire per la rad. cuba del 6. moltiplicante adoprato, cioe per rad. cuba 6. (perche la proportione d'vn cubo C. ad vn'altro cubo A. è triplicata, a quella che è dal lato del C. al lato dell'A) che l'auenimento sarà la rad.cuba del Binomio A dato.

625

℞ q.c. $\frac{1875}{4}$. via ℞ q.c. $\frac{25}{48}$.

16.

fa ℞ q.c. $\frac{15625}{64}$. cioe ℞ c. $\frac{125}{8}$. cioe $\frac{5}{2}$. cioe $2\frac{1}{2}$.

℞ c. $\frac{15}{4}$. è ℞ q.c. $\frac{225}{16}$. via ℞ q.c. $\frac{1875}{4}$.

46875

3750

fa ℞ q.c. $\frac{421875}{64}$.

cioe ℞ q. $\frac{75}{4}$. cioe ℞ q. $18\frac{3}{4}$.

625 3

℞ c. $\frac{100}{3}$. è ℞ q.c. $\frac{10000}{9}$. via ℞. q.c. $\frac{25}{48}$

3.

fa r.q. $\frac{25}{3}$. cioe r.q. $8\frac{1}{3}$.

rad. $18\frac{3}{4}$. sommandola con rad. $8\frac{1}{3}$. cioe radice $\frac{75}{4}$. cõ rad. $\frac{25}{3}$. cioe rad. $\frac{225}{12}$. con rad. $\frac{100}{12}$. la rad. $\frac{1}{12}$. entra nell'vna 15. volte, & nell'altra 10. volte pero nella somma loro entra 25. volte, onde 25. cioe rad. 625. via rad. $\frac{1}{12}$. fa r. $52\frac{1}{12}$. che è la somma.

Et perche la rad.cuba del dato Binomio A. è r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{25}{48}$. vediamo che moltiplicando questo per detta r.c. 6. il prodotto r.c. $22\frac{1}{2}$. piu r.q.c. $18\frac{3}{4}$. & chiamiamolo D. douerà essere la rad. cuba del C. 45. piu rad. 1875. andiamo dunque considerando come si deua operare acciò si troui questa r.c. $22\frac{1}{2}$. piu r.q.c. $18\frac{3}{4}$. Onde nel 45. piu rad. 1875, cauando il quad. della minor par-

parte dal quad. della maggiore, cioe 1875. da 2025. & resta 150. la rad.cuba di questo 150. (se bene esso 150. non è numero cubo, cioe se bene la rad.cuba d'esso 150. nõ si può esplicare per simplice numero) cioe r.c. 150. è a punto la differenza de' quadrati delle due parti r.c. $22\frac{1}{2}$. & r.q.c. $18\frac{3}{4}$. quali formano il Binomio D. (che essi quadrati sono r.c. $506\frac{1}{4}$. & r.c. $18\frac{3}{4}$. & r.c. $18\frac{3}{4}$. in r.c. $506\frac{1}{4}$. cioe r.c. $\frac{75}{4}$. in r.c. $\frac{2025}{4}$. entra per r.c. 27. cioe 3. volte, però entrarà nella differenza loro solo 2. volte, cioe per r.c. 8. onde moltiplicando r.c. $\frac{75}{4}$. per r.c. 8. il prodotto r.c. 150. sarà la differenza loro.) Et perciò si può notare, che si come nelli Binomij (ò Residui) cubi composti di numero, & rad.quadra, quali hanno per loro rad. cube Binomij pure, composti di numero, & quadra auuiene, che in essi Binomij cubi la differẽza delli quad. delle loro due parti è numero cubo, cioe la sua rad.cuba è numero rationale, & perciò i Binomij che sono loro rad.cube, sono cõposti di numero, & rad.quadra (perche dico in essi la differenza de i quadrati delle loro due parti è numero cubo) similmente ancora nel sopradetto 45. piu rad. 1875. perche la rad.cuba della differenza de i quadrati delle sue due parti è non numero rationale, ma r.c. 150. questo ci mostra, che douendo esso C. 45. piu rad. 1875. essere Binomio cubo, & perciò hauere per rad.cuba vn Binomio D. conuerrà, che li quadrati delle due parti di esso D. siano differenti in detta rad. cuba 150. & che perciò la prima parte maggiore sia rad.cuba, & la seconda minore douerà essere, non rad. cuba (perche a cauare il quad. della minore, che sarà rad.cuba dal quad. della maggiore, che saria r.c. deue restare r.c. 180. ne seguiria, che esse r.c. mostranti i quadrati d'esse parti fussero communicanti fra loro, potendosi cauare l'vna dell'altra, & perciò anco comunicanti fra loro doueriano essere le rad cube, dalle quali deriuassero essi quadrati, cioe le r.c. mostranti le due parti del Binomio D, perilche esse due parti si potriano sommare insieme, & ridurre in vna sola r.c. cioe in vna particolare quantità, onde esso D. non saria Binomio, ma vna simplice quantità, ilche non può stare, poiche a cubare vna simplice r. c. ne resultaria vn numero (cioe il numero d'essa rad.cuba; che a cubare poniamo r.c. 12. ne resulta 12.) & non alcun Binomio C. ò vogliamo dire; Quando si ponesse il Binomio D. essere contenuto da due rad. cube, & siano a, & b, i loro quadrati c, & d, che sariano pure rad.cuba, haueriano per numeri, dui numeri quadrati, & accioche la minore d, si possa cauare dalla maggiore c, (douendo restare dalla sottratione rad.cuba (che hora saria rad.cuba 150.) conuiene che il numero di d, entri nel numero di c, per alcun numero cubo e, ma anco vi entrarà per alcun numero quadrato (poiche a partire numero quadrato per numero quadrato, l'auenimento è di necessità quadrato)

a rad.cuba 48. b. rad.cuba 6.

c rad.cuba 2304. d rad.cuba 36.

e rad.cuba 64.

f rad.cuba 8.

a rad.cuba 48. b rad.cuba 6.

f rad.cuba 8. cioe 2.

però rad.cuba 162. è il composto di a, & b.

onde il numero cubo e, saria anco quadrato, & però quadro cubo, perilche del numero e, la sua rad.quadra sarà f. numero cubo; ma se a partire il quadrato c, per il quadrato d, ne viene e, ne segue, che a partire la rad.quadra di c, per la rad.quadra di d, cioe a partire il numero a, per il numero b, ne venga la rad.quadra dell'auenimento e, & sia f, ma perche il numero e, è quadrato cubo, la sua rad.quadra f, sarà numero cubo; onde a partire il numero a, per il numero b, ne verrà f, numero cubo, perilche è chiaro, che a partire la rad.cuba a, per la rad.cuba b, ne viene vna rad. cuba, che hauerà per numero f cubo, & perciò essa rad. cuba si potrà esplicare per numero, & perciò la rad.cuba b, si potrà sommare con la rad cuba a, (essendo elle communicanti, che la b, entra nella a, per il numero, che è rad. cuba del numero f,) onde il composto delle rad. cube a, & b, non sarà binomio, ma vna sola rad.cuba) ma rad.quadra rispetto ad essa rad.cuba, cioe doueria essere r.q.c. (che è r di r.c.) così come nel Binomio C, la minor parte rad. 1875. è rad.quadra rispetto alla maggiore 45. Veduto dunque, che delle due parti del Binomio D. da trouarsi, la maggiore deue essere ℞ cuba, & la minore ℞ q.c. Et che la differenza de' quadrati loro (che saranno due ℞ cube) deue essere ℞ c. 150. cioe $5\frac{1}{4}$. & più; Noi per trouare con giudicio esse parti, consideraremo che il Binomio C 45. piu ℞ 1875. è 88 & più, & perciò la sua rad. cuba è $4\frac{1}{3}$. & più, perilche il Binomio C, douerà significare, ò valere alquanto più di $4\frac{1}{3}$. Onde conuerrà trouare due quantità, cioe vna rad.cuba, & vna r.q.c. tali che la somma loro importi alquanto più di $4\frac{1}{4}$. & la differenza de' quadrati loro sia vna rad. cuba, che importi alquanto più di $5\frac{1}{4}$. cioe sia r.c. 150. quale r.c. 150. è comunicante à ciascuno delli dui quadrati d'esse due quantità, ò parti del D. ciascuno de' quali quadrati è vna r c. Cioe conuerrà diuidere $4\frac{1}{4}$. G & alquanto più in due parti tali N, & O, che i loro quadrati siano differenti in $5\frac{1}{4}$. & alquanto più T, & per farlo cõ qualche Regola, la potremo dedurre dall'Algebra supponendo vn quesito simile in intieri, perilche poniamo che si dica. Diuidasi 10. in due parti tali, che la differenza de' loro quadrati sia 60, Noi per comodità posto la maggiore essere la mità di 10. & 1. x di più, cioe 5. più 1. x, la minore

sarà

sarà 5. meno 1. co., la differenza de' loro quadrati 25. piu 10. co., piu 1. ce., & 25. m̃ 10. co., piu 1. ce., è 20. co., ilche è eguale a 60. dato, però la co. vale 3. onde esse parti saranno 5. piu 3. & 5. m̃ 3. cioe 8. & 2. Et perche il 20. numero delle co. con il quale si parte sempre il 60. dato è sempre il doppio del 10. da partire, vediamo la Regola essere questa.

Proposta vna quantità per diuiderla in due parti tali, che la differenza de' quadrati loro, sia vn numero dato.

Partasi esso numero dato per il doppio della quantità proposta, & l'auenimento si giunga, & caui alla mità di detta quantità proposta, che i dui resultanti saranno le due parti cercate;

Et se per diuidere il 10. haueßimo posto la parte maggiore essere 1. co., & la minore 10. m̃ 1. co.; Il quad. maggiore saria 1. ce., & il minore 100. m̃ 20. co. piu 1. ce., che cauato da 1. ce., resta 20. co., meno 100. & è eguale a 60. onde accomodato il meno si hauerà 20. co. eguale a 160. & però la co. valerà 8. che è la parte maggiore restando 2. la minore, & qui perche il 20. numero delle co., è pure il doppio di 10. proposto, & il 160. partito per 20. è il composto di 60. numero dato, con 100. quadrato del 10. proposto, vediamo che anco si può dare la Regola così.

Partasi la somma del numero dato con il quadrato del proposto, per il doppio del proposto, che l'auenimento sarà la parte maggiore del numaro, ò quantità proposta.

Ma ponendo la parte minore essere 1. co., & la maggiore 10. m̃ 1. co., dal suo quad. 100. m̃ 20. co., piu 1. ce., cauato 1. ce. quad. della minore, resta 100. m̃ 20. co., & sarà eguale a 60. onde cauato 60. da ciascuna parte, & accomodato il meno, haueremo 20. co. eguale a 40. (Et qui si vede, che conuiene che il 60. dato sia minore del quadrato del 10. proposto, acciò il quesito sia solubile) però la co. valera 2. & è la parte minore, restando 8. per la maggiore. Et di qui deriuando la regola si potra dire; Cauisi il numero dato dal quad. del proposto, & il restante, si parta per il doppio del proposto, che l'auenimento sarà la parte minore.

Hora adoprando poniamo la prima di queste regolette per diuidere circa 4$\frac{1}{3}$. che è il propo G. in due parti tali, che i quadrati loro siano differenti in circa 5$\frac{1}{4}$. che è il dato. Partiremo circa a 5$\frac{1}{4}$. dato, per circa 8$\frac{2}{3}$. doppio del proposto G, che ne viene circa a $\frac{1}{1}\frac{6}{0}\frac{3}{4}$. ma diciamo circa a $\frac{3}{5}$. da giongere, & cauare a circa 2$\frac{1}{6}$. mità del circa 3$\frac{1}{3}$. proposto, & ne resulta circa a 2$\frac{2}{3}\frac{3}{0}$. & circa a 1$\frac{1}{3}\frac{7}{0}$. per le due parti cercate, perilche il valore della ℞ cuba significante la parte maggiore del Binomio sarà circa a 2$\frac{2}{3}\frac{3}{0}$. & il valore della ℞ q.c. significante la parte minore sarà circa a 1$\frac{1}{3}\frac{7}{0}$. il quadrato dunque di questa parte minore valerà circa a 2$\frac{1}{2}$. & perche sarà vna ℞ cuba ella potrà essere circa a ℞ cuba 16. (ma auertasi, che gia non può essere precise ℞ cuba 16. perche questa ℞. cuba 16. saria il quad. di ℞ cuba 4. & non il quad. d'vna ℞ q.c.) Et perche questa ℞ cuba quadrato della parte minore ha da essere comunicante (come anco il quad. della parte maggiore) alla ℞ cuba 150 differenza de' quadrati d'esse due parti, conuerrà che a partire l'vna per l'altra ne venga numero rationale, & però hora a partire rad. cuba 150. maggiore per l'altra, ne douera venire numero rationale, & conuersamente con qualche numero rationale partendo ℞ c. 150. ne douera venire la ℞ c. che è quadrato della parte minore; Et perche la ℞ c. 150. si vede che contiene la circa a ℞ c. 16 per circa ℞ c. 9. ma diciamo per circa a ℞ c. 8. che è 2. si vede questo numero rationale potere essere circa a 2. (come anco si può conoscere da principio considerando, che il circa 5$\frac{1}{4}$. valore di ℞ c. 150. contiene circa a 2. volte il circa 2$\frac{1}{2}$. quadrato del circa 1$\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ che si vede essere il valore della parte minore del Binomio D. che cerchiamo) posto dunque che sia 2. cioe ℞ c. 8. con esso partiremo ℞ c. 150. & ne viene ℞ c. 18$\frac{3}{4}$. & questo doueria essere il quad. della parte minore del Binomio D. però essa parte minore saria ℞ q.c. 18$\frac{3}{4}$. Et quanto alla maggiore giongendosi ℞ c. 150. differenza de' quadrati delle due parti; à ℞ c. 18$\frac{3}{4}$. quadrato della minore, & la somma sara 3. volte la minore (perche la ℞ c. 150. la contiene 2. volte) cioe il dutto di ℞ c. 18$\frac{3}{4}$. via ℞ c. 27. & fa ℞ c. 506$\frac{1}{4}$. che doueria essere il quad. della ℞ c. che è parte maggiore del Binomio D. però conuerrà che il 506$\frac{1}{4}$. sia numero quad. acciò possa essere a proposito, ma a punto egli è quad. & la sua ℞ q. è 22$\frac{1}{2}$. perilche vediamo, che ℞ cuba 22$\frac{1}{2}$. moltiplicata in se stessa produrra detta ℞ c. 506$\frac{1}{4}$. per suo quad. Onde questa ℞ c. 22$\frac{1}{2}$. douerra essere la parte maggiore del Binomio D. egli dunque (essendo a proposito, cioe se il dato Binomio C. sia cubo) sara ℞ c. 22$\frac{1}{2}$. piu ℞ q.c. 18$\frac{3}{4}$. Lo esamineremo dunque, & vedremo se il suo cubo forma il C. & perche a pũto lo forma saremo sicuri, che esso C. è binomio cubo, & che la sua ℞ cuba, è ℞ c. 22$\frac{1}{2}$. piu ℞ q.c. 18$\frac{3}{4}$. Questo mò partiremo per ℞ c. 6. & l'auenimẽto ℞ c. 3$\frac{3}{4}$. piu ℞ q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. sara la ℞ cuba del Binomio A.

L'accorto Studente accomodi mò questi discorsi, & ponga con ordine conueniente formandosene egli Regola succinta, perche io non hò potuto fare altro hauendo scritto in tempi discontinui; & con intelletto disordinato da continue eccessiue molestie, onde è anco marauiglia ch'io habbi potuto fare tanto, ma legga anco lo Studente il seguente discorso intorno al trouare

la radice cuba del sopradetto Binomio; quale hò trouato scritto in vn'altra mia bozza.

Per trouare il Binomio A, che hà da essere la ℞ cuba del Binomio A 45. piu ℞ 1875. perche i numeri 45. & 1875. (della ℞) che sono le parti del Binomio A. sono intieri, sapremo che anco i numeri della radice cuba, & radice quadra cuba delle due parti del Binomio R. che si cerca doueranno essere intieri, ò al più misti con rotti d'$\frac{1}{2}$. nella rad. cuba, & con quarti nella radice quadra cuba, ma sariano bene poi di necessità intieri se il Binomio 45. piu radice 1875. si moltiplicasse per alcun numero paro, poniamo per 2. che ne resultaria 90. piu radice 7500. B. la radice cuba del quale saria il Binomio S. che si producesse a moltiplicare per la radice cuba di questo 2. cioe per radice cuba 2. il Binomio R. il rotto $\frac{1}{2}$. che fusse nella radice cuba del quale moltiplicato per 2. si leuaria, & il rotto quarti, che fusse nella radice quadra cuba d'esso moltiplicato pure per radice cuba 2. cioe per radice quadra cuba 4. si leuaria medesimamente. Onde se hauendo formato il Binomio B. 90. piu radice 7500. doppio all'A. 45. piu radice 1875. la radice cuba del quale B. douerà essere vn Binomio S. composto di radice cuba, & radice quadra cuba, i numero delle quali sue due parti saranno intieri, vorremo cercare esse parti, considerare mo, che i quadrati delle due parti del B. del quale si cerca la radice cuba, cioe 8100. & 7500. sono differenti fra loro in 600. la radice cuba della quale differenza è radice cuba 600. ilche ci mostra i quadrati delle due parti del Binomio S. che cerchiamo douere essere differenti fra loro in radice cuba 600. (che non arriua a 8$\frac{1}{2}$.) Et perche il Binomio B. importa quasi 177. perilche la sua radice cuba importarà poco più di 5$\frac{1}{2}$. conuerrà che il valore delle due parti del Binomio S. sia poco piu di 5$\frac{1}{2}$. & la prima parte sia radice cuba di numero intiero, & la seconda sia radice quadra cuba similmente di numero intiero, i quadrati delle quali parti sia differenti fra loro in manco di 8$\frac{1}{2}$. Onde se poneremo la prima parte essere radice cuba 40. che è manco di 3$\frac{1}{2}$. l'altra douerà essere piu di 2. (che resta fino al piu di 5$\frac{1}{2}$.) però douerà essere più di radice quadra cuba 64. i loro quadrati sono radice cuba 1600. & piu di rad. cuba 64. cioe circa a 11$\frac{2}{3}$. & quattro in circa differenti, cioe in circa 7$\frac{2}{3}$. che è molto manco dell'8$\frac{1}{2}$. in circa in che deuono essere differenti; però aggrandiremo la prima parte acciò che il suo quadrato douenti più differente dal quadrato dell'altra parte, che sarà poi minore, & perciò potremo ponere, che la prima parte sia rad. cuba 42. ò rad. cuba 45. &c.

Ma per cercare queste due parti, che deuono formare il Binomio S. con saldo giudicio, considerare mo, che douendo elle essere tali, che il quadrato Q. della minore (hora radice quadra cuba 75. che per quadrato hà radice cuba 75.) cauato dal quadrato T. della maggiore (hora radice cuba 45. che per quadrato hà radice cuba 2025.) resti radice cuba 600. conuiene che il quadrato Q. sia comunicante al quadrato T. acciò si possa cauare esso Q. dal T. cioe conuiene che il Q. entri in T. per alcun numero astratto di volte, dal quale numero cauato la vnità, il numero astratto restante (cioe libero da denominatione di radice d'alcuna sorte) sarà il numero delle volte, che il medesmo quadrato Q. minore entra nella differenza d'essi quadrati, con il qual numero astratto poi moltiplicato il quadrato Q. minore, il prodotto sarà la differenza d'essi quadrati, onde hora douendo la differenza de' quadrati Q. & T. essere radice cuba 600. si vede che essa radice cuba 600. nasce dal moltiplicare il quadrato Q. per alcun numero astratto (ò sia egli intiero, ò con rotto) conuien dunque conuersamente, che a partire essa radice cuba 600. per quel numero astratto incognito ne venga il quadrato Q. della parte minore; onde essa radice cuba 600. è comunicante al quadrato Q. & perciò anco al quadrato T. hora mediante questa cognitione sapendo ancora che la parte minore deue essere alquanto più di 2. cioe alquanto piu di radice quadra cuba 64. & però il suo quadrato alquanto più di radice cuba 64. partiremo la radice cuba 600. per alcun numero cubo tale, che ne venga alquanto piu di 4. cioe alquanto piu di radice cuba 64. che preso radice cuba 8. cioe 2. essa radice cuba 8. in radice cuba 600. entra per radice cuba 75. che è piu di radice cuba 64. non eccedendo di molto il 4. come deue fare il quadrato Q. però posto il quadrato Q. essere radice cuba 75. la sua radice ò parte minore del Binomio S. sarà rad. quadra cuba 75. hora al suo quadrato, che è rad. cuba 75. gionto rad. cuba 600. la somma douerà essere il quadrato della parte maggiore, onde per trouarla diremo rad. cuba 75. in rad. cuba 600. entra 2. volte, però nella somma d'ambedue ella entra 3. volte, & 3. cioe radice cuba 27. via radice cuba 75. fa radice cuba 2025. però questo saria il quadrato della prima parte, perilche bisogna, che 2025. sia numero quadrato, ma egli è ben quadrato, & la sua radice è 45. però la radice di radice cuba 2025. è radice cuba 45. & questa saria la prima parte, che importa poco più di 3$\frac{1}{2}$. quale con radice quadra cuba 75. che è poco piu di 2. fa poco piu di 5$\frac{1}{2}$. come sappiamo douere essere il valore del Binomio S. perilche per chiarirci intieramente se questa radice cuba 45. piu rad. quadra cuba 75. trouato sia il vero Binomio S. ò radice cuba del dato B. lo cubaremo

 & ve-

& vedremo se formi il B. onde per formare la parte maggiore del Binomio, che sia il cubo di questo trouato, noi al cubo della parte maggiore rad. cuba 45. qual cubo è 45. giongeremo il dutto del triplo del quad. della parte minore nella maggiore, cioe il dutto di rad. cuba 45. nel triplo di rad. cuba 75. (che rad. cuba 45. via rad. cuba 75. fa rad. cuba 3375. cioe 15. che moltiplicato per 3. fa 45.) & è 45. quale con l'altro 45. cubo della prima parte fa 90. & questo 90. è a punto il numero, ò parte maggiore del Binomio B. dato. Et per formare la parte minore cubaremo la parte minore rad. quadra cu. 75. del Binomio S. & fa rad. 75. ancora moltiplicaremo detta parte minore per il triplo del quad. della parte maggiore, ouero il quad. della parte maggiore, qual quad. è rad. cuba 2025. lo moltiplicaremo per la parte minore r. q. c. 75. cioe r. q. c. 4100625. (ridotto la rad. cuba 2025. a r. q. c.) via r. q. c. 75. & fa r. q. c. 307546875. che si riduce a r. q. 675. quale moltiplicaremo per 3. cioe per r. q. 9. & fa ℞ 6075. da giungere alla rad. 75. sopradetta, cubo della parte minore, che per farlo vediamo, che ℞ 3. entra in ℞ 75. per volte 25. che è 5. & in rad. 6075. entra per volte per 2025. che è 45. però nella somma entra volte 5. & 45. cioe volte 50. perilche moltiplicando essa essa rad. 3. per 50. cioe per rad. 2500. fa rad. 7500. per la somma cercata, & questa rad. 7500. è l'altra parte minore del Binomio, che è il cubo dell'S. quale rad. 7500. perche è a punto eguale alla parte minore del Binomio B. dato, conosciamo intieramente, che la sua rad. cuba è il Binomio rad. cuba 45. p̄ r. q. c. 1875. sopradetto.

Cubisi questo Binomio A rad. cuba 6. p̄ rad. cuba 2. composto da due rad. cube.

Il cubo della prima parte è 6. Il quad. della seconda parte è ℞ cuba 4. che via la prima ℞ cuba 6. fa rad. cuba 24. & questo triplato fa rad. cuba 648. Ancora il cubo della seconda parte è 2. Di più il quad. della prima parte è rad. cuba 36. che via la seconda rad. cuba 2. fa rad. cuba 72. & questo triplato fa rad. cuba 1944. perilche accompagnati insieme questi quattro prodotti, ma dou uentaranno tre, sommando insieme li dui numeri 6. & 2. che fanno 8. haueremo rad. cuba 1944. p̄ rad. cuba 648. piu 8. qual Trinomio è il cubo del Binomio A. rad. cuba 6. piu rad. cuba 2. Et cosi vediamo che a cubare vn Binomio composto di due rad. cube, se non forma vn Trinomio contenuto da due rad. cube, & da vn numero rationale; Ma notisi la proprietà che vi si scorge, & è che tal proportione è dal numero 6. al numero 2. delle rad. cube 6. Et rad. cuba 2. che formano il Binomio A. qual proportione è anco dal numero 1944. al numero 648. che formano le due rad. cube nel Trinomio cubo, & il suo numero rationale 8. che è la somma di 6. & 2. cubi delle due parti dell'A. viene perciò a formarsi dalla somma di dui numeri, che hanno fra loro la istessa proportione, quale hora è come da 3. ad 1.

Et perche si vede, che li 1944. & 648. nascono a moltiplicare li 72. & 24. per vn'istesso 27. & perciò essi 72. & 24. hanno la istessa proportione delli 6. & 2. delli quali 72. & 24. il primo 72. nasce a moltiplicare il quad. del primo 6. per il secondo 2. Et il secondo 24. nasce a moltiplicare il quad. del secondo 2. per il primo 6. Si conosce, che di dui numeri M. & N. proposti a moltiplicare il quad. del primo M. per il secondo N. & nascane P. Et a moltiplicare il quad. del secondo N. per il primo M. & nascane R. questi P R. ritengono la istessa proportione che li proposti, cioe da P. ad R. sarà come da M. ad N. Il che anco si può dimostrare così.

Siano proposti M. & N. ma (per comodità, & per più facile intelligenza dandoli nome di numeri, & non di lettere dell'Alfabeto, non per pigliare essi nomi di numeri come particolari numeri, ma come simplici nomi presi a beneplacito, douendo essere la dimostratione vniuersalissima al modo Mathematico) diciamo 5. & 7. i loro quadrati sono 25. & 49. de' quali il 25. primo, moltiplicato per 7. secondo fa 175. primo. Et il 49. secondo, moltiplicato per 5. primo, fa 245. secondo. si dice che da 175. primo, a 245. secondo è come da 5. primo a 7. secondo. Perche deriuando il primo 175. da moltiplicare il primo 5. per 5. & il prodotto per 7. che sono i dui numeri proposti, perche essi 5. & 7. moltiplicati insieme fanno 35. ne segue che a moltiplicare esso 5. primo per 5. & il prodotto per 7. è quanto se esso 5. primo in vna sola moltiplicatione si moltiplicasse per 35. che pure produce il 175. primo. Et deriuando il secondo 245. dal moltiplicare il secondo 7. per 7. & il prodotto per 5. che sono i medesmi dui numeri proposti, quali pure moltiplicati insieme fanno il medesmo 35. detto, ne segue similmente, che a moltiplicare esso 7. secondo per 7. & il prodotto per 5. è quanto se esso 7. secondo in vna sola moltiplicatione si moltiplicasse per 35. che pure produce il 245. secondo. Onde si può dire, che a moltiplicare li proposti 5. & 7. ciascuno d'essi per vn'istesso numero 35. se ne producono 175. & 245. Ma quando quanti numeri, ò quantità si voglino, si moltiplicano per vn'istesso numero, ò quantità, i prodotti per ordine ritengono fra loro la istessa, ò istesse proportioni che hanno fra loro i moltiplicati, però è chiaro, che la proportione di 175. a 245. è come da 5 a 7. proposti.

Ci accorgiamo perciò, che dato vn Trinomio cubo, composto da due rad. cube, & da vn numero rationale, si può facilmente trouare il Binomio A. che sia la rad. cuba d'esso. Diuidendo il numero

numero rationale del Trinomio in due parti, che habbino fra loro la proportione delli dui numeri delle due rad. cube d'esso Trinomio, che le rad. cube poi d'esse due parti trouate saranno le due parti che formano il Binomio A. Onde dato poniamo il Trinomio cubo rad. cuba 22815. p̄ rad. cuba 8775. p̄ 18. per trouare il Binomio A. sua rad. cuba, vedremo che proportione è da 22815. a 8775. che schifando essi numeri si ridurranno a 13. & 5. Et hora diuideremo il 18. numero del Trinomio in due parti, che habbino la proportione di 13. a 5. cioe diremo se 18. somma di 13. & 5. da esse parti 13. & 5. che darà per parti il 18. numero del Trinomio. Et darà 13. & 5. perilche le rad. cube d'essi 13. & 5. cioe rad. cuba 13. & rad. cuba 5. saranno le parti che formano il Binomio A. però egli sarà rad. cuba 13. p̄ rad. cuba 5. & esso A. è la rad. cuba del Trinomio dato. Et anco senza schifare li numeri 22815. 8775. si può dire, se 31590. sôma loro, da essi 22815. 8775. sue parti, che darà 18. numero del Trinomio, & operando si vedrà che egli darà 13. & 5. però ℞ cuba 13. p̄ ℞ cuba 5. sarà il Binomio A. Ouero, perche del Trinomio le due ℞ cube, sono l'vna il triplo del dutto del quadrato della prima parte del Binomio A. nella seconda parte. Et l'altra è il triplo del dutto del quadrato della seconda parte del Binomio A. nella prima parte, partendo noi esse ℞ cube per 3. cioe per ℞ cuba 27. che ne deriuano ℞. cuba 845. & ℞ cuba 325. sappiamo che de i due numeri delle due ℞ cube, che sono parti del Binomio A. da trouarsi, il numero della seconda moltiplicato nel quadrato del numero della prima deue fare 845. Et che il numero della prima moltiplicato nel quadrato del numero della seconda deue fare 325. Et di più, che il numero della prima al numero della seconda deue hauere la proportione istessa, che hà 845. a 325. Onde si possa dire;

Trouinsi dui numeri nella proportione di 845. a 325. ò schifando di 169. a 65. ò (schifando di nuouo di 13. a 5. tali, che il dutto del quad. del primo nel secondo facci 845. Et che il dutto del quadrato del secondo nel primo facci 325. benche in questi casi i numeri che saranno atti al produrre l'vno 845. saranno anco atti al produrre l'altro 325. Onde basta solo seruirsi d'vno de i dui dutti, poniamo del 325. Che posto essi numeri essere 13. 1. & 5. 1. il dutto di 25. 2. quad. del secondo 5. 1. in 13. 1 primo, fa 325. 3. & questo è eguale a 325. dato, però 1. 3 è eguale ad 1. Et la 1 vale ℞ cuba 1. cioe 1. onde i dui numeri posti 13. 1. & 5. 1 saranno 13. & 5. Et le loro ℞ cube, cioe rad. cuba 13. & rad. cuba 5. saranno le due parti del Binomio A. che è rad. cuba del Trinomio proposto.

Se vorremo formare delli Trinomij cubi composti da due ℞ cube, & da numero rationale, & côpiaccia che il numero rationale sia vn dato numero, noi potremo diuidere esso numero in due parti ineguali come si vogli, & le rad. cube d'esse due parti accompagnate insieme, formaranno il Binomio A. che hà da essere rad. cuba del Trinomio da formarsi; Onde moltiplicando il quad. della parte maggiore del Binomio per la minore, il triplo del prodotto sarà la rad. cuba maggiore del Trinomio. Et moltiplicando il quad. della parte minore del Binomio per la maggiore, il triplo del prodotto sarà la rad. cuba minore del Trinomio; Onde volendosi poniamo che il numero rationale del Trinomio sia $1\frac{1}{2}$. Se lo diuideremo in $\frac{7}{8}$. & $\frac{5}{8}$. il composto delle loro rad. cube, cioe rad. c. $\frac{7}{8}$. p̄ rad. cuba $\frac{5}{8}$. sarà il Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouando al solito come s'è detto sarà ℞ c. $12\frac{3}{5}\frac{7}{1}\frac{3}{2}$. p̄ ℞ c. $9\frac{1}{5}\frac{1}{1}\frac{7}{2}$. p̄ $1\frac{1}{2}$.

Et diuidendo l'$1\frac{1}{2}$. in 1. & $\frac{1}{2}$. il composto delle loro ℞ cube, cioe ℞ cuba 1. piu ℞ c. $\frac{1}{2}$. cioe 1. p̄ ℞ cuba $\frac{1}{2}$. sarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouato al solito sarà r. c. $13\frac{1}{2}$. piu ℞ cuba $6\frac{3}{4}$. p̄ $1\frac{1}{2}$.

Et pigliando 4. per numero rationale del Trinomio, diuidendolo poniamo in 3. & 1. il composto delle rad. cube de' quali gionte insieme, fanno ℞ c. 3. p̄ 1. questo sarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale vedremo essere ℞ c. 243. p̄ ℞ c. 81. p̄ 4.

Et preso 10. per numero rationale del Trinomio se lo diuideremo in 8. & 2. le loro ℞ cube giòte insieme formaranno 2. piu ℞ c. 2. per Binomio A. il Trinomio cubo del quale sarà ℞ c. 3456. p̄ ℞ cuba 864. p̄ 10. ò vogliamo dire (ponendo la quantità mezzana in mezo) sarà ℞ cuba 3456. piu 10. piu ℞ cuba 864. & qui si vede il numero 10. essere maggiore d'vna delle due ℞ cube del Trinomio.

Ma se diuideremo il 10. in 9. & 1. il composto delle loro ℞ cube, cioe il Binomio A. sarà r. c. 9 p̄ 1. essendo il suo Trinomio cubo r. c. 2187. p̄ 10. p̄ r. c. 243.

Et diuiso il 10. in $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. il Binomio A. sarà r. c. $9\frac{1}{2}$. p̄ r. c. $\frac{1}{2}$. Et il suo Trinomio cubo sara r. c. $1218\frac{3}{8}$. p̄ 10. p̄ r. c. $64\frac{1}{8}$.

Et se per numero rationale del Trinomio pigliaremo $24\frac{1}{6}$. diuidendolo in 24. & $\frac{1}{6}$. Il Binomio A. sarà rad. cuba 24. p̄ rad. cuba $\frac{1}{6}$. & il suo Trinomio cubo sarà $24\frac{1}{6}$. p̄ r. c. 12592. p̄ r. c. 18. Che qui il numero $24\frac{1}{6}$. è la parte maggiore del Trinomio.

Ancora preso per numero rationale del Trinomio $32\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. se lo diuideremo in 32. & $\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. le loro rad.

ro rad. cube gionte insieme formaranno ℞ cuba 32. p̄ $\frac{1}{4}$. che sarà il Binomio A. il Trinomio ò cubo del quale si vedrà essere $32\frac{1}{64}$. p̄ ℞ cuba 332. p̄ ℞ cuba $\frac{7}{128}$.

Et vediamo che simili Trinomij cubi composti da numero rationale, & due ℞ cube, possono hauere per ℞ cube diuersi Binomij A. composti, ò da ℞ cube, ò da ℞ cuba, & numero, ò da numero, & rad. cuba.

Et di sopra quando hauessimo il Binomio A. ℞ cuba 13. p̄ rad. cuba 5. se lo partiremo per vna delle sue due parti, & sia per ℞ cuba 5. che ne verrà ℞ cuba $2\frac{3}{5}$. p̄ rad. cuba 1. cioe rad. cuba $2\frac{3}{5}$. p̄ 1. questo Binomio B. sarà rad. cuba d'vn Trinomio, che nasca a partire quel Trinomio cubo ℞ cuba 22815. p̄ rad. cuba 8775. p̄ 18. per il cubo della rad. cuba 5. partitore adoprato, cioe per 5. (perche dal lato al lato è la rad. cuba di quella proportione, che è dal cubo al cubo, cioe poniamo dal lato 3. del cubo R. al lato 5. del cubo S. è quella proportione di $\frac{3}{5}$. che è rad. cuba di quella proportione di $\frac{27}{125}$. che è dal cubo R. 27. al cubo S. 125.) onde nascendone rad. cuba $182\frac{13}{25}$. p̄ ℞ cuba $70\frac{1}{5}$. p̄ $3\frac{3}{5}$. questo è il Trinomio cubo, che hà per ℞ cuba il detto Binomio B. rad. cuba $2\frac{3}{5}$. piu 1.

Et se l'A. rad. cuba 13. piu ℞ cuba 5. hauessimo partito per l'altra parte rad. cuba 13. l'auenimento rad. cuba 1. piu ℞ cuba $\frac{5}{13}$. cioe 1. piu rad. cuba $\frac{5}{13}$. saria vn Binomio C. quale verria ad essere rad. cuba d'vn Trinomio T. rad. cuba $10\frac{5}{13}$. piu ℞ cuba $3\frac{168}{169}$. piu $1\frac{5}{13}$. che nasce a partire il primo il Trinomio rad. cuba 22815. piu rad. cuba 8775. piu 18. per 13. cubo di detta radice cuba 13.

Et se dato esso Trinomio T. si volesse cercare la sua ℞ cuba, che non fosse nota, noi come s'è detto, divideressimo il suo numero $1\frac{5}{13}$. in due parti tali, che habbino la maggiore alla minore la proportione di $10\frac{5}{13}$. a $3\frac{168}{169}$. Et all'hora anco conuerrà (accioche il Binomio T. sia cubo) che il quadrato della minore moltiplicato per la maggiore facci $\frac{25}{169}$. che è quello, che nasce a partire $3\frac{168}{169}$. per 27. Ouero che il quadrato della maggiore moltiplicato per la minore facci $\frac{5}{13}$. che è quello, che nasce a partire $10\frac{5}{13}$. per 27. Onde ponendo essa proportione di $10\frac{5}{13}$. a $3\frac{168}{169}$. in intieri, che sarà fra $\frac{135}{13}$. & $\frac{675}{169}$. cioe fra $\frac{1755}{169}$. & $\frac{675}{169}$. cioe fra 1755 & 675. cioe fra 351. & 135. cioe fra 39. & 15. cioe fra 13. & 5. & hora per diuidere l'$1\frac{5}{13}$. in due parti di tal proportione diremo se il composto di 13 & 5. cioe 18. dà per parti 13. & 5. che darà l'$1\frac{5}{13}$. cioe $\frac{18}{13}$. & subito vediamo, che darà $\frac{13}{13}$. & $\frac{5}{13}$. cioe 1. & $\frac{5}{13}$. che le loro ℞ cu. cioe 1. & ℞ cuba $\frac{5}{13}$. doueranno essere le parti del Binomio A. che sia la rad. cuba del Trinomio T. quando egli sia cubo, perilche accioche esse due parti siano a proposito, cioe accioche si conosca il Trinomio T. essere veramente cubo, & che il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{5}{13}$. sia la sua rad. cuba, conuerrà che il quadrato della parte maggiore 1. moltiplicato per la parte minore rad. cuba $\frac{5}{13}$. facci l'$\frac{1}{27}$. di rad. cuba $10\frac{5}{13}$. che è la rad. cuba maggiore del Trinomio; Et che anco il quadrato della parte minore rad. cuba $\frac{5}{13}$. moltiplicato per la parte maggiore 1. facci l'$\frac{1}{27}$. di rad. cuba $3\frac{168}{169}$. che è la rad. cuba minore del Trinomio; Onde moltiplicando il quadrato d'1. parte maggiore dell'1. piu rad. cuba $\frac{5}{13}$. per rad. cuba $\frac{5}{13}$. parte minore fa rad. cuba $\frac{5}{13}$. & questo è a punto l'$\frac{1}{27}$. di rad. cuba $10\frac{5}{13}$. ò vogliamo dire, & questo moltiplicato per 3. cioe per rad. cuba 27. fa a punto rad. cuba $10\frac{5}{13}$. parte maggiore del Trinomio, come anco moltiplicando rad. cuba $\frac{25}{169}$. quad. di rad. cuba $\frac{5}{13}$. parte minore del Binomio per 1. parte maggiore, fa rad. cuba $\frac{25}{169}$. che triplato fa a punto rad. cuba $\frac{675}{169}$. cioe ℞ cuba $3\frac{168}{169}$. parte minore del Trinomio, & così siamo sicuri che esso Trinomio è cubo, & che hà per rad. cuba il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{5}{13}$.

Cubisi A. rad. cuba 960. ℞ q.c. 1800.

Il cubo della prima parte è 960. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 1800. Il suo triplo moltiplicato via la prima rad. cuba 960. fa rad. cuba 1800. via rad. cuba 960. via 3. Cioe rad. cuba 225. via 2. via rad. cuba 120. via 2. via 3. che è rad. cuba 2700. via 12. cioe 30. via 12. che fa 360. Et questo giunto a 960. cubo della prima parte fa 1320. che è la prima parte del Binomio C. quale hà da essere il cubo dell'A dato. Quale C. sarà anch'esso Binomio, poiche rad. cuba 1728000 cioe 120. dutto della prima parte rad. cuba 960. in rad. cuba 1800. quad. della seconda parte è comunicante a 960. cubo della prima parte. Ilche auuiene sempre, che il dutto della prima parte nel quadrato della seconda parte, & però il suo triplo è comunicante al cubo della prima parte. Ancora il cubo della seconda parte d'A. è rad. quadra 1800. Et il quad. della prima parte è ℞ cuba 921600. che ridotto a ℞ q.c. per moltiplicarlo via la seconda parte, fa ℞ q.c. 921600. via ℞ q.c. 921600. & questo moltiplicato via la seconda parte ℞ q.c. 1800. & il prodotto triplato, cioe moltiplicato per 3. fa ℞ q.c. 921600. via ℞ q.c. 921600. via ℞ q.q.c. 1800. via 3. Cioe ℞ q.c. 512. via ℞ q.c. 1800. via ℞ q.c. 512. via ℞ q.c. 1800. via ℞ q. 1800. via 3. Delli quali prodotti, li 3. ℞ q.c. 1800. ℞ q.c. 1800. ℞ q.c. 1800. hauendo ciascun d'essi per numero vn medesimo

desimo 1800. & essendo tre, il prodotto loro viene ad essere il cubo d'vno d'essi, & però è ℞ quadra 1800. annullandosi l'altro denominatore di rad. c. Et perche delle r.q.c. 512. & r.q.c. 512. ciascuno de' numeri loro è cubo, elle si ridurranno a r.q.8. Et r.q.8. & così si hauerà r.q.8. via r.q.8. via r.q.1800 via 3. Ma r.q.8. via r.q.8. fa 8. & questo via 3. fa 24. però si ridurranno a r.q.1800. via 24. Et perche questo si hà da sommare con il cubo della seconda parte, che è rad.q. 1800. la somma sarà vna volta di più essa rad quadra 1800. cioe sarà 25. volte rad. quadra 1800. onde moltiplicando 25. cioe rad. 625. via rad. 1800. il prodotto rad. 1125000. sarà l'altra parte del Binomio C. onde egli sarà 1320 piu rad. 1125000. quale è il cubo dell'A. dato r.c. 960. piu rad. quadra cuba 1800.

Ancora per cubare facilmente il dato Binomio A. rad. cuba 960. piu r.q.c. 1800. noi potiamo in vece sua cubare vna parte d'esso, cioe partirlo per vn numero, ò quantità comoda a beneplacito, poniamo hora per rad. cuba 30. (che è r.q.c. 900.) che ne viene rad. cuba 32. piu r.q.c. 2. & chiamiamolo D. & cubare hora questo D. (che il cubo della prima parte è 32. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 2. che moltiplicato via la prima r.c. 32. fa r.c. 64. cioe 4. & questo triplato fa 12. da giõgere al 32. cubo della prima parte, & fa 44. per prima parte del Binomio S. che sarà il cubo del D.

Ancora il quad. della prima parte r.c. 32. è r.c. 1024. che ridotta a r.q.c. & moltiplicato per r.q.c. 2. seconda parte, & il prodotto triplato si hauerà r.q.c. 1024. via r.q.c. 1024. via r.q.c. 2. via 3. che per comodità (partendo le due prime quantità per r.q.c. 2.) diremo essere r.q.c. 512. via r.q.c. 2. via r.q.c. 512. via r.q.c. 2. via r.q.c. 2. via 3. ma il dutto fra loro delle tre r.q.c. 2. è r.q. 2. Et r.q.c. 512. è r.q.8. come anco l'altra r.q.c. 512. è r.q.8. onde finalmente haueremo r.q.8. via r.q.8. via r.q.2. via 3. Di queste il prodotto di r.q.8. via r.q.8. è 8. & moltiplicato via il 3. fa 24. & così haueremo r.q.2. via 24. questo si hà da giongere al cubo di r.q.c. 2. seconda parte, qual suo cubo è r.q.2. perilche 24. volte r.q.2. con vn'altra volta r.q.2. farà 25. volte r.q.2. cioe r.625. via r.2. che produce r.1250. & questo sarà l'altra parte del Binomio S. egli dunque sarà 44. piu rad. 1250. che è il cubo del D. r.c. 32. piu r.q.c. 2. Questo S. mò si douerà moltiplicare per il cubo della r.c. 30. con che si partì l'A. per ridurlo al D. cioe si moltiplicarà per 30. & fa 1320 piu r.q.c. 1125000. per il Binomio C. che è cubo dell'A. dato.

Si può anco auertire nel cubare il Binomio A. r.c. 960. piu r.q.c. 1800. che douẽdo la prima parte del C essere q̃l num. (1320.) che si cõpone dal cubo della prima parte dell'A. che è il num. 960. & dal prodotto che nasce a moltiplicare il triplo del quad. della seconda parte, qual quad. & suo triplo è r.c. nella prima parte, che è r.c. cõuiene che il num. di questo prodotto, che è r.c. sia num. cubo, acciò esso prodotto si possa ridurre a num. simplice da giungere al cubo della prima parte, che pure è num. simplice, che nõ hauendo il Binomio A. dato (cõposto da r.c. & r.q.c.) questa qualità il C. cubo d'esso A. non saria Binomio (cõposto da num. & r.q.) ma saria quadrinomio; Et il Binomio A. dato hauerà le conditioni dette, & il suo cubo sarà pure Binomio; Quando il num. della parte moltiplicato nel num. della seconda parte produrrà num. cubo (perche il quad. della seconda parte (che è r.q c.) sarà vna r.c. dell'istesso num. quale douẽdosi moltiplicare nella prima parte che è r.c. il prodotto che è r.c. acciò si possa ridurre a num. rationale, & che perciò il suo triplo non pure numero rationale perche si possa giongere con il cubo della prima parte, che sarà pure numero rationale) conuiene che il numero d'essa r.c prodotto sia numero cubo.) Onde preso vn numero cubo a beneplacito, & partitolo per qual numero ci piacerà, l'auenimento, & il partitore potranno essere l'vno, ò l'altro, il numero della r.c. & l'altro, ò l'vno il num. della r. q. c. che accompagnati insieme formaranno vn Binomio A, il cubo del quale sarà vn'altro Binomio C. contenuto da numero, & rad.q. auertendo però, che il partitore, che si adopri non sia numero cubo ne quadro cubo, ò tale, cioè delle dui partitore, & auenimento quello che si vorrà adoprare per radice cuba non sia cubo, perche all'hora tal quantità si potria ridurre a numero rationale, & quello che si vorrà adoprare per r.q.c. non sia ne quadro, ne cubo, ne cubo, ne quadro, accio che essa r.q.c. nõ si possa ridurre a nu. ration. ne a r.q. ne a r.c. ma sia veramẽte r.q. c. irrationale.

Per essempio preso poniamo 8. numero cubo, partendolo per 2. ne viene 4. però potremo adoprare il 4. come rad.c. (che per q.c. non si può adoprare, essendo egli quadrato, cioè non si può dire r.q.c. 4. che questo si ridurria a r.c. 2.) & il 2. come rad. quad. cub. & così il Binomio A. potrà essere rad.c. 4. p̄ r.q.c. 2. Et il suo cubo C. sarà 10. p̄ rad. 98.

Ouero se pigliaremo per r.c. parte dell'A. quali vorremo, poniamo r.c. 10. & con il suo nu. 10. partiremo vn nu. cubo a beneplacito tale, nondimeno, che l'auenimento non sia ne quadro (che perciò 1000. che ne viene 100. che è quadrato) & sia poniamo 125. che ne viene $12\frac{1}{2}$. Ouero 8. che ne viene $\frac{4}{5}$. ouero 64. che ne viene $6\frac{2}{5}$. ouero $15\frac{5}{8}$. che ne viene $1\frac{9}{16}$. (ma questo non è a proposito, perche $1\frac{9}{16}$. è numero quadrato, & però r.q.c. $1\frac{9}{16}$. significaria r.c. $1\frac{1}{4}$.) all'hora

l'altra

l'altra parte del Binomio A.saria ℞ q.c.12 $\frac{1}{2}$. ò ℞ q.c. $\frac{4}{5}$. ò ℞ q.c.6 $\frac{2}{5}$. Et cosi il Binomio A. saria rad.cuba 10.p̄ ℞ q.c.12 $\frac{1}{2}$.ò rad. cuba 10.p̄ ℞ q.c. $\frac{4}{5}$.ò rad.cuba 10.p̄ ℞ q.c.6 $\frac{2}{5}$. Et se essendo pure rad. cuba 10.vna parte del Binomio A. pigliaremo il numero cubo 8000. che partito per 10. ne viene 800.all'hora l'altra parte del Binomio A.sarà ℞ q.c.800.& esso Binomio A.sarà rad.cuba 10.p̄ ℞ q.c.800.ma essendo ℞ q.c.800.maggiore di rad. cuba 10. si dirà ℞ q.c.800. p̄ rad. cuba 10.& per formare il Binomio C. noi per adoprare numeri piccoli comodi,potremo partire questo A per rad.cuba 5.(che è ℞ q.c.25.) & ne deriuarà ℞ q.c.32.p̄ rad.cuba 2.& chiamiamolo B. & lo cubaremo chiamando il sub cubo D. quale poi moltiplicaremo per il cubo di radice cuba 5.cioè per 5.& il prodotto sarà il Binomio C.cubo dell'A. Onde per cubare il B. diremo il cubo della prima parte ℞ q.c.32. è ℞ q.32 Ancora il quadrato della seconda parte rad. cuba 2. è rad. cuba 4.da moltiplicare con la prima parte ℞ q.c.32.cioè ℞ q.c.16. via ℞ q.c.32. & fa ℞ q.c. 512.che è ℞ q.8.da triplare,& fa ℞ q.72. che si giunge à ℞ q.32. cubo della prima parte, & fa ℞ 2.vi 36.via p̄ 4.cioè via 10.che fa ℞ q. 200.& è la prima parte del Binomio D. Et seguendo diremo,il cubo di rad. cuba 2. seconda parte del B.è 2. Ancora il quadrato della prima parte ℞ q.c. 32.è ℞ c.32.da moltiplicare con la seconda parte rad. cuba 2.& fa rad.cuba 64.cioe 4. da triplare,& fa 12.questo si giogne al 2. cubo della seconda parte, & fa 14. per la seconda parte del Binomio D.& cosi egli sarà ℞ 200.p̄ 14. questo moltiplicaremo hora per 5.& fa ℞ 5000.p̄ 70.per il Binomio C.cubo dell'A.℞ q.c.800.p̄ ℞ c.10.

Hora conuersamente se dato il Binomio C.℞ 5000 p̄ 70. vorremo trouare la sua rad. cuba, cioè il Binomio A.diremo i quadrati di queste due parti del C.sono differenti in 100.però in rad. cuba 100. doueranno essere differenti i quadrati delle due parti dell'A, cioè in poco manco di 5. Et perche il C.importa poco più di 140. l'A sua rad. cuba douerà importare poco più di rad.cuba 140 che è poco più di 5. onde le parti dell'A. importariano circa a 3. & circa a 2. che faccino più di 5.& che i loro quadrati siano circa a 9.& circa a 4. che siano differenti in poco mãco di 5. Et perche la parte minore circa a 2. hà da essere ℞ cuba, & comunicante a rad. cuba 100. differenza delli quadrati delle due parti,se la poneremo ℞ cuba 7.ò rad. cuba 9.i quadrati rad. cuba 49.ò rad.cuba 81.non saranno comunicanti con ℞ cuba 100.ma ponendo la rad.cuba 10.vediamo che il suo quadrato rad.cuba 100.è comunicante con rad. cuba 100.differenza detta, che entra in essa 1. volta precise. Onde rad. cuba 10. potrà essere la parte minore del Binomio A. al quadrato della quale che è ℞ cuba 100. gionto ℞ cuba 100. differenza detta fa ℞ cuba 800. che saria il quadrato della parte maggiore, & però ella doueria essere la ℞ di questa rad. cuba 800. cioe doueria essere ℞ q.c.800.che accompagnato alla ℞ cuba 10.farà ℞ q.c.800.p̄ rad. cuba 10. quale doueria essere il Binomio A. Onde essaminandolo & cubandolo vedremo, che il quadrato della parte maggiore è rad. cuba 800. quale moltiplicato con la minore rad. cuba 10. fa rad. cuba 8000.cioe 20.il suo triplo è 60.& gionto a 10.cubo della seconda parte ℞ cu. 10. fa 70. che è a punto la parte minore del Binomio C.Et cosi anco trouaremo, che seguendo al solito ne riuscirà la parte maggiore ℞ 5000.d'esso C.(che il cubo della parte maggiore è ℞ q. 800. Il quadrato della parte minore è rad. cuba 100. quale moltiplicato via la parte maggiore ℞ q. cuba 800.cioe ℞ q.c.10000.via r.q c.800.fa r.q.8000000.cioe r.q.200.il suo triplo è r.q.1800. da giõgere al quadrato detto della parte maggiore,cioe a r.q.800. che la somma sarà r.2. via 30. p̄ 20. cioè via 50.cioè via r.2500.che fa r.q.8000.) perilche saremo sicuri il Binomio C.essere cubo,& che la sua r.c.è r.q.c.800.p̄ r.c.10.A.sopradetto.

Ancora essendo proposto il Binomio A.r.q.c.3868.p̄ r c.12.volendo vedere se il suo cubo sarà ancor egli Binomio;moltiplicaremo il numero della r q.c.con il numero della r.c.cioe 3868. via 12.& produce 46515 quale vedremo se è numero cubo;che andando vn punto sotto al 6. destro, abbracciando il 46.sinistro,la r.c.del quale 46.sinistro è 3.B.con auanzo, potremo considerare, senz'altra operatione,che douendo essere il 46516.numero cubo, perche egli termina in 6. conuerrà che la sua rad.cuba termini anch'ella 6.(perche il cubo di 6.è 6.) Onde conuerrà,che essendo la figura B 3. tutto il numero sia 36. però se 46516. sia numero cubo conuerrà che la sua ℞ cuba sia 36. Onde cubaremo questo 36.che 36.via 36.fa 1296. & questo via 36. fa 46656. quale non è altrimenti il 46516.prodotto di sopra trouato,però egli non è cubo,& perciò ne anco il cubo del Binomio A. potrà essere Binomio. Et con questa consideratione potrà auuertire lo Studente,che quando alcun numero proposto termini in 1.se egli sarà numero cubo,la sua rad. cuba douerà terminare in 1.cubo d'essa rad.1.Se il proposto termini in 2.la sua rad.cuba (essendo egli cubo,douerà terminare in 8.se in 3.la r.c.terminare in 7.se in 4. terminare in 4.se in 5. terminare in 5.se in 6.terminare in 6.se in 7. terminare in 3. se in 8. terminare in 2. Et se in 9.la r.c. douerà terminare in 9.

Cubisi r.q.5. p̄ r.q.3. Binomio A. composto da due r.q. Il suo cubo è questo quadrinomio C.

r.675.

r.675.p̄ r.405.p̄ r.125.p̄ r.27. Onde si vede, che in questo quadrinomio composto da quattro r.q.douendo egli essere cubo, conuerrà che vi si trouino dui numeri cubi fra essi quattro numeri delle sue quattro radici quadre,& all'hora le rad.cube d'essi dui numeri delle radici quadre d'vn Binomio A.che sarà rad. cuba del quadrinomio C. se egli sarà cubo; Onde hora fra i suoi quattro numeri essendouene due 125. & 27. cubi, prese le loro rad.cube, che sono 5.& 3.& dandoli nome,ò denominatione di r.q.formaremo r.5. p̄ rad.3. & questo sarà il Binomio A. che sarà r.cuba del quadrinomio C.quando egli sia cubo, per cubandolo se ne deriuarà il C. saremo sicuri che esso C. sia cubo.

Ma auuertasi che essi quadrinomij cosi composti sono realmente Binomij, che in questo rad. 675.dutto della seconda parte r.3.nel triplo del quadrato della prima rad.5.h può sommare con rad.227.cubo della secõda parte,& fa rad.972.(che rad.3.in rad.675.entra per rad.225.cioe 15. volte; & in rad.27.entra per rad.9. cioe 3.volte, però nella somma loro entrarà 18.volte,onde 18.cioe rad.324.via rad.3.fa rad.972.) Et rad.405.si può sommare con rad.125.(che rad.5.entra in l'vna 9. volte, & in l'altra 5.volte, cioe nella somma loro entra 14. volte) & fa rad. 980. però esso quadrinomio si riduce a rad.980. piu rad. 972. Binomio C. cubo del dato radice 5. piu radice 3.

Et se dato il Binomio A. rad.5. p̄ rad.3. da cubare,noi ridurremo vno de'suoi dui nomi poniamo il primo rad.5.alla vnità partendo detto Binomio per esso suo primo nome rad. 5. egli si ridurrà ad 1. p̄ rad. $\frac{3}{5}$. Binomio B quale sarà facile da cubare, che il cubo della prima parte è 1. Il dutto d'essa prima parte nel triplo di $\frac{3}{5}$. quadrato di rad. $\frac{3}{5}$.seconda parte è 1 $\frac{4}{5}$.che con l'1.detto cubo della prima parte fa 2 $\frac{4}{5}$.per vna parte del D.cubo di detto B. Ancora il cubo di rad. $\frac{3}{5}$. seconda parte è rad. $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{7}{5}$.ò vogliamo dire è rad. $\frac{3}{5}$.volte $\frac{3}{5}$. Et il dutto del triplo del quadrato della prima parte 1.cioè di 3.nella seconda parte rad. $\frac{3}{5}$.è rad. $\frac{3}{5}$. 3 volte, che gionto con rad. $\frac{3}{5}$. volte $\frac{3}{5}$.cubo d'essa seconda parte fa rad. $\frac{3}{5}$.volte 3 $\frac{3}{5}$.cioe rad. $\frac{3}{5}$.via rad. $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{5}$.che fa r $\frac{9}{1}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{7}{5}$. cioe rad.7 $\frac{7}{1}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{5}$.che è l'altra parte del D.però questo D.cubo del B.sarà 2 $\frac{4}{5}$.piu rad. $\frac{7}{1}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{6}{5}$.quale hora moltiplicaremo per il cubo di rad. 5,(partitore adoprato dell'A.) cioe per rad.125.che per comodità si può dire 5 via rad.5. & fa 14. via rad.5 p̄ rad.38. $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{5}$. via 5. Cioe rad.196.via rad.5. piu rad.38 $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{5}$. via rad. 25 che fa rad. 980. piu rad. 972. & è il Binomio C. cubo dell'A. dato.

Et se hauessimo partito il Binomio A. per il suo minor nome rad.3. si saria ridutto a rad.1 $\frac{2}{3}$. p̄ 1.B. che cubato produce rad.1 $\frac{2}{3}$. via 1 $\frac{2}{3}$. p̄ rad.1 $\frac{2}{3}$. via 3.cioe rad.1 $\frac{2}{3}$. via 4 $\frac{2}{3}$. cioe rad $\frac{5}{3}$.via rad $\frac{1}{}$ $\frac{9}{}$ $\frac{6}{9}$.che fa rad. $\frac{9}{}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{9}{7}$. Et 1.p̄ 1 $\frac{2}{3}$.via 3.cioe 1.p̄ 5. che fa 6. Et cosi il D. cubo del B. sarà rad.36 $\frac{}{2}$ $\frac{8}{5}$.p̄ 6. quale si douerà moltiplicare per il cubo di rad.3.(partitore dell'A per ridurlo al B.) cioe per rad.27.& fa rad.980.p̄ rad.972.che è il Binomio C.cubo dell'A.

Et se dato il Binomio C.rad.980.p̄ rad.972.ne trouaremo trouare la sua rad.cuba, noi cauando il quadrato del minor nome dal quad.del maggiore vedremo che resta 8.la rad.cuba del quale è 2. però 2. conuerrà che sia la differenza de' quadrati delle due parti dell'A. quale saria ancor lui composto da due rad.quadre a similitudine del C.perche i quadrati delle parti d'esso C. conuiene che siano numeri rationali accioche la loro differenza possa essere il 2.detto, che è numero rationale; Hora veduto che rad.980.p̄ rad.972.Binomio C.dato importa poco piu di 62. la rad.cuba del quale non arriua a 4.sapremo che il valore dell'A.non può arriuare a 4. Onde conuerrà trouare due rad.quadre, i numeri,cioe i quadrati delle quali siano differenti in 2. & che la somma d'esse,cioe del valore loro non arriui a quattro perilche subito si vede,che sarãno rad.5. & rad.3. & cosi diremo il Binomio A.douere essere rad. 5. p̄ rad. 3. quando però il C. dato sia cubo, come vedremo essere cubo,perche cubando rad.5.p̄ rad.3. se ne produce a punto rad.980. piu rad.972.

Et cosi si vede, che il cubo d'vn Binomio composto da due radici quadre è anch'egli Binomio composto sempre da due rad..quadre, & che conuersamente la rad.cuba d'vn Binomio composto da due rad. quadre è similmente vn Binomio composto da due rad.quadre; Ancora che il cubo d'vn Binomio composto da numero,& rad. quadra è similmente vn Binomio composto da numero,& r.q. Et che conuersamente la rad.cuba d'vn Binomio composto da numero, & r.q.è similmente Binomio composto da numero,& r.q. Et che se il Binomio è composto da r.q.& numero,ancora il suo cubo sarà composto da r.q.& numero. Et conuersamente che d'vn Binomio composto da rad.quadra,& numero,la sua rad.cuba è Binomio similmente composto da rad.quadra,& numero.

Cubisi 3.p̄ r.q.c.5.Binomio A composto da numero rationale, & da r.q.c. Il suo Cubo è questo quadrinomio C.27.piu rad.5.piu (rad.q.c.5.via 27.).piu r.cuba 5.via 9. Cioe rad. quadra cuba 1937102445.piu 27.piu rad.cuba 3645.piu rad.5. Onde si vede,che in esso Quadrinomio

mio

mio, composto da r.q.c. da r.c. da nu. & da r.q. douendo egli essere c. conuerrà, che la sua r. c. sia vn Binomio A, composto da numero, & r.q.c. i dui nomi del quale saranno le rad. cube del nu. rationale, & della r.q. del quadrinomio, cioè le r. cubi di 27, & di r.5. che sono 3. & r.q.c.5. & gionte insieme formano 3 p̄ r.q.c.5.

Cubisi ℞ q.c.3 p̄ ℞ q.c.2. Binomio A. composto da due ℞ q.c. Il suo cubo è questo quadrinomio C. r.3. p̄ r.2. p̄ (r.q.c.9. via ℞ q.c.2. via 3.) p̄ (℞ q.c.4. via ℞ q.c.3. via 3.) cioè ℞ q.c. 13122. più ℞ q.c.8748. p̄ r.3. p̄ r.2. Onde si vede che in esso quadrinomio composto da due rad. q. cub. & da due rad. q. douendo egli essere cubo, conuerrà, che la sua rad. cuba sia vn Binomio A. composto da due ℞ q.c. i dui nomi del quale saranno le rad. cube delle due r.q. del quadrinomio, cioè le ℞ cube di rad.3. & di rad.3. che sono ℞ q.c.3. & ℞ q.c.2. & gionte insieme formano ℞ q.c.3. più ℞ q.c.2.

Et se partiremo il dato Binomio ℞ q.c.3. più ℞ q.c.2. per la sua prima parte ℞ q.c.3. ne deriuarà 1. più ℞ q.c. $\frac{2}{3}$. B. quale cubandolo ne deriuarà il quadrinomio ℞ q.c. 486. più ℞ cuba 18. più 1. più rad. $\frac{2}{3}$. Questo mò si moltiplicarà per il cubo di ℞ q.c.3. partitore adoprato, cioè per rad.3. & se ne produce ℞ q.c.13122. più r.q.c.8748. più rad.3. più rad.2. che è il cubo d'A.

Ma partendo il Binomio A. per la seconda sua parte r.q.c.2. ne deriuarà rad.q.c.1 $\frac{1}{2}$. più 1. che è il B. il Cubo del quale è questo quadrinomio D. r.1 $\frac{1}{2}$. più 1. più ℞ c.40 $\frac{1}{2}$. più r.q.c.1093 $\frac{1}{2}$. quale si moltiplicarà per r.2. (Cubo del partitore r.q.c.2.) & se ne produrrà il cubo d'A. cioè il quadrinomio r.3. più r.2. più r.q.c.13122. più r.q.c.8748.

Cubisi r.3. più r.q.c.2. Binomio A. composto da r.q. & da r.q.c. Il cubo della prima parte è r.q. 27. Il cubo della seconda è r.q.2. Il quadrato della prima parte è 3. ò rad.q.9. cioè r.q.c.729. da moltiplicare per la seconda parte rad.q.2. & fà r.q.c. 1458. quale si tripla, cioè si moltiplica per rad.q.c.729. & fa rad.q.c.1062882. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 2. ò r.q.c.4. da moltiplicare per la prima parte rad.3. ò per rad.q.c.27. & fà r.q.c.108. quale si tripla, cioè si moltiplica per rad.q.c.729. & fa rad.q.c.78732. Onde il totale cubo del Binomio A. sarà rad.quad.c. 1062882. più rad.q.c.78732. più rad.q.27. più rad.q.2. che è vn quadrinomio C. composto da due rad.q.c. & da due rad.q. Onde si vede che in esso quadrinomio composto da due rad.q.c. & da due r.q. douendo egli essere cubo conuerrà, che la sua rad. cuba sia vn Binomio A, composto da vna rad.q. & da vna r.q.c. i dui nomi del quale saranno le ℞ cube delle due r.q. che si trouano nel quadrinomio, cioè le rad. cube di r.q.27. & di rad.q.2. che sono r.q.c.27. cioè r.q.3. & r.q.c.2. & gionte insieme formano r.3. più r.q.c.2.

Et se dato il Binomio A. r.3. più r.q.c.2. lo partiremo per la sua prima parte rad.3. ne deriuarà 1. più r.q.c. $\frac{2}{27}$. Binomio B. il cubo del quale è 1. più rad. $\frac{2}{27}$. più rad.q.c.54. più r.q.c.4. (che è r.cuba 2.) questo quadrinomio 1. p̄ r. $\frac{2}{27}$. p̄ r.q.c.54. p̄ r.c.2. che è il cubo del B. si moltiplichi hora per r.27. cubo della rad.3. partito, e adoprato, & fà r.27. p̄ r.2. p̄ r.q.c.1062882. p̄ r.q.c.78732. che è il quadrinomio C. cubo del Binomio A. dato.

Che partendo il dato A. per r.q.c.2. sua minor parte, egli si ridurrà a r.q.c.13 $\frac{1}{2}$. più 1. B. il cubo del quale è r.13 $\frac{1}{2}$. p̄ 1. ℞ cuba 364 $\frac{1}{2}$. p̄ rad.q.c. 9841 $\frac{1}{2}$. questo quadrinomio D. moltiplicaremo hora per r.2. cubo di rad.q.c.2. partito, e adoprato, & se ne produce rad.27. p̄ r.2. p̄ rad.q.c. 1062882. p̄ rad.quad.c.78732. che è il Quadrinomio C. cubo d'A dato.

Si può auertire, che nel Quadrinomio C. i dui numeri delle sue rad.q.c. ritengono frà loro la proportione istessa, che hanno i dui numeri delle sue due radiq. cioè hora di 27. a 2. ò vogliamo dire perciò che hanno i numeri de i cubi delle due parti del Binomio A. dato (le quali essendo r.3. & r.q.c.2. & però i loro cubi r.27. & rad.2. i num. d'esse sono 27. & 2.) perche il minore 78732. deriua da moltiplicare 108. via 729. qual 729. è sempre il q.c. di 3. & il maggiore 1062882. deriua da moltiplicare 1458. via 729. quale 729. è pure sempre l'istesso q.c. di 3. onde remosso questo 729. da ciascuna banda si vede, che il minore numero 78732. al maggiore 1062882. deue hauere la proportione di 108. a 1458. Di questi il 108. nasce à moltiplicare 27. cubo del 3. numero della rad. della prima parte via 4. dutto di 2. numero della rad.q.c. della seconda parte nel medesmo 2. cioè il 108. nasce da moltiplicare 27. via 2. via 2. Et il 1458. nasce dal 729. quadro cubo del 3. numero della r. della prima parte, cioè da 27. via 27. che è il cubo del numero della prima par. via 27. moltiplicato via 2. numero della r.q.c. della seconda parte. Cioè 16108. è prodotto da 27. via 2. via 2. Et il 1458. è prodotto da 27. via 27. via 2. onde remosso 27. via 2. da ciascuna banda, resta dalla parte del 108. solo 2. & dalla parte del 1458. solo 27. onde dal 108. al 1458. viene ad essere come da 2. a 27. ma questi 2. & 27. ò 27. & 2. sono i num. delle rad.27. & r.2. cubi delle due parti rad.3. & r.q.c.2. del Binomio A. dato però è chiaro, che i dui numeri delle due rad.q.c. del quadrinomio C. hanno fra loro la proportione delli dui numeri 27. & 2. delle due rad.q. che sono i cubi delle due parti del Binomio A. Onde il 27. essendo volte 13 $\frac{1}{2}$. quanto il 2. si conosce, che trouato

il numero 78732. della minor ℞ q.c. del quadrinomio (che nasce a moltiplicare il quadrato della parte minore, per il triplo della parte maggiore) moltiplicandolo per detto 13 $\frac{1}{2}$. il prodotto 1062882. sarà il numero della maggiore ℞ q.c. d'esso quadrinomio.

Cubisi ℞ 24. p̄ ℞ q.c.54. Binomio A. composto da vna ℞ q. & da vna ℞ q.c.

Il cubo della prima parte è ℞ 13824. Il cubo della seconda parte è ℞ 54. quale è comunicante con ℞ 13824. (& però si possino sommare insieme.) Che 24. numero della ℞ q. è come da numero quadrato a numero quadrato con 54. numero della ℞ q.c. che v'entra per 2 $\frac{1}{4}$. che è numero quadrato, & la sua ℞ q. è 1 $\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire il 24. al 54. hà proportione quad. cioè di denominatore quadrato perche il dutto loro 1296. è numero quadrato (che hà 96. per ℞ q. ò pure perche a partire così il 24. come il 54. per vn medesmo 6. ne vengono 4. & 9. ambidui quadrati: Onde perche ℞ 24. via ℞ 24. via ℞ 24. è quanto ℞ 6. via 2. via ℞ 6. via 2. via ℞ 6. via 2. & li 2. via 2. via 2. fa 8. Et le ℞ 6. via ℞ 6. via ℞ 6. è quanto 6. via ℞ 6. haueremo 8. via 6. via ℞ 6. cioe 48. volte ℞ 6. Ancora ℞ 54. è ℞ 6. via ℞ 9. cioe ℞ 6. via 3. cioe 3. volte ℞ 6. perilche sommata con l'altra, che è 48. volte ℞ 6. fa 51. volta ℞ 6. cioe ℞ 2601. via rad.6. che produce rad.15606. Et questo è la somma de i cubi delle due parti del Binomio A.

Et così si vede, che il numero della rad. quadra, al numero della ℞ q.c. hauerà proportione come da numero quadrato a numero quadrato, ò vogliamo dire, che a moltiplicare l'vn numero per l'altro il prodotto sia numero quadrato; Ouero che a partire l'vn numero per l'altro, l'auenimento sia numero quadrato, all'hora i cubi delle due parti del Binomio dato, quali cubi saranno due rad. quadre, saranno comunicanti, ò commensurabili fra loro, & però si potrāno sommare insieme, & ridurre ad vna sola quantità. Et seguendo il quadrato di rad.24. prima parte è 24. & il suo triplo è 72. da moltiplicare per ℞ q.c.54. seconda parte, cioe ℞ q.c.139314069504. via ℞ quad.cuba 54. che fa rad.quad.cuba 75229597 53216.

676
176
rad.quadra cuba 331776
7962624
rad.quadra cuba 91102976
rad.quadra cuba. 54
1719926784
rad.quadra cuba 10319560804
729
92876046336
743008380688
rad.quadra cuba 7522959753216

rad.quadra cuba 2916
via rad.quadra cuba 729
26244
209952
rad.quadra cuba 2125764
via rad.quadra cuba (24. via 24. via 24.)
51018336
1224440064
rad.quadra cuba 29386561536
5184
72
62208
373247
373248
rad.quadra cuba 139314069504
via rad.quadra cuba 54
12538266255 36
radice quadra cuba 7522959753216

Ancora il quadrato di ℞ q.c.54. seconda parte è ℞ q.c.2916. il suo triplo, cioe il suo dutto via ℞ q.c.729. è ℞ q.c.2124764. da moltiplicare per la prima parte, che è ℞ 24. cioe ℞ q.c.13824. & fa r.q.c.29386561536. & così haueremo per totale prodotto ò cubo del dato Binomio A. il Trinomio rad.15606. p̄ r.q.c.29386561536. p̄ r.q.c.7522959753216.

Et qui si può auertire, che i dui numeri delle due r.q.c. del Trinomio C. hanno fra loro la proportione de i due numeri delle due rad. quadre, che mostrano i cubi delle due parti rad.24. & r.q.c.54. del Binomio A. quali cubi sono rad.13824. & rad.54. & da 13824. a 54. è la proportione di 256. ad 1. & però trouato il numero della minore r.q.c. del Trinomio, moltiplicando per 256. ò vogliamo dire per 16. via 16. il prodotto sarà il numero della maggiore r.q.c. dell'istesso Trinomio C.

Ancora per cubare il dato Binomio A. rad.24. p̄ r.q.c.54. noi partendolo per rad.24. sua prima parte lo ridurremo al B. 1. p̄ r.q.c. $\frac{9}{4\,2\,2\,0\,4}$. cioe ad 1. p̄ r.q.c. $\frac{1}{2\,5\,6}$. cioe ad 1. p̄ r.c. 1 $\frac{1}{16}$. questo B.

sto B.mò cubaremo, & fa 1.p̄ $\frac{1}{16}$.p̄ (3.via r.c. $\frac{1}{16}$. cioe r.c. 27.via r.c. $\frac{1}{16}$. che fa rad.cu. 1 $\frac{11}{16}$.

Et p̄ R cuba $\frac{1}{256}$. via 3. cioe via rad. cuba 27, che fa rad. cu-ba $\frac{27}{256}$. Onde il cubo totale di B.è 1 $\frac{1}{16}$.p̄ rad.cuba 1 $\frac{11}{16}$.p̄ rad.cuba $\frac{27}{256}$. Trinomio D.da moltiplicare per il cubo di r.24.n che è rad.13824.& fa r.15606. p̄ r.q.c.29386561536.piu r.q.c. 7522959753216.

rad. $\frac{281}{256}$, cioe rad. 1 $\frac{25}{256}$. via rad. 13829

1728

54

fa rad.15606

Et rad.cuba $\frac{27}{256}$.è r.q.c. $\frac{729}{256}$.via rad.13824.

via 256

fa rad. quadra cuba | 729. via 13824. via 13824. via 13824.
esimo di 256.via 256
cioe esimo di 16.via 16.via 16.via 16.

Cioe fa rad. quadra cuba (729. via 864. via 864. via 54.

864	729
864	54
746496	39366
39366	
4478976	
268738356	
6718464	
2239488	

Cioe rad. quadra cuba 29386561536 ɫ

470184984576

rad. quadra cuba 7522959753216 r

Ancora rad.cuba 1 $\frac{11}{16}$. cioe rad. cuba $\frac{27}{16}$. via rad. 13824. Onde perche r.cuba $\frac{27}{16}$. è volte rad. cuba 16.quanto rad. cuba $\frac{27}{256}$.già adoprata a trouare il prodotto ɫ si vede, che il prodotto che si cerca, & sia r si trouarà facilmente, moltiplicãdo il già trouato ɫ per detta rad.cuba 16.che è r.q.c.256.onde moltiplicando il numero della r.q.c. del ɫ per 16. & il prodotto per 16.ne resultarà il numero della r.q.c.dell' r cercato.

Et se hauessimo partito il dato Binomio A.per la sua seconda parte rad. quadra cuba 54. si saria ridutto a rad.q.c. ($\frac{54.\text{via }24.\text{via }24.}{54}$) che è r.q.c. ($\frac{4.\text{via }576.}{9}$) che è r.q.c. via 64. che è r.q.c.256. cioe rad.cuba 16. che è la prima parte del B.& l'altra saria 1.però il B.saria rad.cuba 16.p̄ 1. Et questo cubandolo fa 17.p̄ rad, cuba 6912, p̄ rad.cuba 432. che è il D. da moltiplicare per il cubo di r.q.c.54. n qual cubo è rad.54.& fa r.15606.p̄ r.q.c.7522959753216. p̄ r.q.c.29386561536.che è Trinomio C.cubo del dato Binomio A.

Da quanto s'è operato nel cubare questi Binomij contenuti da r.q.& r.q.c. si conosce, che quãdo il numero della r.q.al numero della r.q.c.hauerà proportione di denominatore quadrato, all'hora il cubo del Binomio A. sarà vn Trinomio contenuto da vna r.q. & da due r.q. c, Che il Binomio A.all'hora si potra ridurre a Binomio contenuto da numero, & rad. cuba, Ma quãdo nel Binomio A. il numero della r.q. al numero della r. q. c. non habbi proportione come da numero quadrato a numero quadrato, all'hora il cubo d'esso Binomio A.sarà vn quadrinomio contenuto da due r.q.& da due r.q.c. Che detto Binomio A.all'hora si ridurria a Binomio contenuto da numero, & da r.q c.

Ancora cubisi r.q.c.24.p̄ r.q.54.Binomio A.composto da due r.q.c.

Il cubo della prima parte è rad.24. Il cubo della seconda parte è rad.54.quale è comunicante con rad.24. & però si possono sommare insieme, che 24.numero dell'vna, hà proportione con 54.numero dell'altra, come da numero quadrato a numero quadrato, cioe partendo 54.per 24.ò 24.per 54.ciascuno de'dui auenimenti 2 $\frac{1}{4}$. & $\frac{4}{9}$. è numero quadrato. Ouero moltiplicando insieme essi 24. & 54. il prodotto loro 1296. è numero quadrato. Et cosi si vede, che sempre che i dui numeri delle r,q.c. de'dui nomi, ò parti del Binomio dato produrranno numero quadrato, ò che partendo l'vuo per l'altro ne venga numero quadrato, all'hora i dui cubi delle parti del Binomio si potranno sommare insieme; Onde hora rad,24.& rad, 54 gionte insieme faranno r.150. Dipoi il quadrato della prima parte, che è r.q.c.576. moltiplicato via la seconda parte r.q.c.54. & il prodotto triplato fa r.q c.22674816. Et il quadrato della seconda parte r.q.c.2916. moltiplicato via la prima parte, fa r.q.c.69984. & questo triplato (cioe moltiplicato via r.q.c. 729) fa r.q.c.5108336.

(Et si può notare, che i numeri di queste due rad. quadre cube trouate, ritengono fra loro la pro-

rad.quadra cuba 576.	rad.quadra cuba 2916,
via rad.quadra cuba 54.	via rad.quadra cuba 24.
fa rad.quadra cuba 729.	fa rad.quadra cuba 69984.
via rad.quadra cuba 729.	via rad.quadra cuba 729.
fa rad.quadra cuba 22674816.	rad.quadra cuba 51018336.

proportione che hanno i numeri 24.& 54. delle due r. q. c. parti del Binomio che si adoprano (perche il num. 31104. nasce da 24. via 24. via 54. Et il numero 69984. nasce da 54. via 54. via 24. onde dal primo al secondo, è come dal prodotto de'tre primi. al prodotto de'tre secondi, perilche cosi da i tre primi, come dalli tre secondi leuato vn 24.& vn 54.resta dalla prima banda solo 24. & dalla seconda solo 54. quali perciò mostrano che li duj prodotti, & perciò anco i tripli loro doueranno hauere la proportione d'essi restanti 24.& 54.che schisato douentano anco 4.& 9. cioe il maggiore cõtiene il minore volte 2 $\frac{1}{4}$. ourro conuersamente il minore è li $\frac{4}{9}$.del maggiore, però trouato l'vno, si può facilmente trouar l'altro, che se haueremo il minore 22674816.lo moltiplicaremo per 2 $\frac{1}{4}$.cioe per $\frac{9}{4}$. cioe presone l'$\frac{1}{4}$.che è 5668704.lo moltiplicaremo per 9.& ne resultarà 51018336. Et bẽ si vede anco per la medesima causa nel cubo del Binomio r.q c.piu r.q.c.2.già trouato di sopra che i num. 13122. & 8748.delle due r.q.c. che entrano nel quadrinomio C, (cubo d'esso Binomio) hanno fra loro la proportione di 3.a 2.num. delle due r.q.c. del Binomio cubato, onde trouato il minore 8748. giongendo ad esso 4374. sua mità se ne formarà il maggiore 13122.) Et cosi queste tre quantità trouate poste insieme, formaranno r.q.c.51018336. piu r.q.c.22674816.piu rad.150.che è il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato,

Et se partiremo il dato Binomio A.r.q.c.24.piu r.q.c. 54 per la sua prima parte r.q.c. 24. egli si ridurrà ad 1.piu r.q.c.2 $\frac{1}{4}$.cioe ad 1.piu rad.cuba 1 $\frac{1}{2}$.Binomio B.quale cubandolo produrrà 2. $\frac{1}{2}$.piu rad.cuba 40 $\frac{1}{2}$. piu rad.cuba 60 $\frac{3}{4}$. che è vn Trinomio D. da moltiplicare hora per r.q.24. cubo del partitore adoprato, & se ne produrrà rad.150.piu r.q.c. 22674816. p̄ r.q.c. 51018336, che il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato.

Ma partendo il Binomio A.per l'altra sua parte rad. cuba 54. egli si ridurrà ad 1. piu r.q.c. $\frac{4}{9}$. cioe ad 1.p̄ r.c. $\frac{2}{3}$.Binomio B.quale cubato fa 1 $\frac{2}{3}$.piu r.c.18.p̄ r.c.12.Trinomio D.da moltiplicare hora per r.54.cubo del partitore adoprato, & se ne produce r.150 p̄ r.q.c.come di sopra.

Et cosi si vede, che dato vn Binomio A. composto da due r.q.c. se i numeri d'esse hauendo fra loro proportione quadrata, cioe che il denominatore della loro proportione sia numero quadrato (che perciò egli si potrà ridurre a Binomio contenuto da num., & rad cuba) all'hora il cubo d'esso Binomio sarà vn Trinomio C.contenuto da vna r.q.& da due r.q.c.i due numeri delle quali haueranno fra loro la proportione istessa quadrata, che hanno anco fra loro i due numeri delle due r q.c.che sono le due parti del Binomio A.Et la r.q.del C.sarà qllo che nasce a sõmare insieme come r.q.le due parti dell'A. cioe il numero della r,q. del C. sarà quello che nasce a moltiplicare il numero della minor r.q.c.dell'A.in quello che resulta a quadrare il numero, che deriua a giongere 1.al numero, che è r.q del nnmero, che viene a partir il numero della maggior r.q.c. dell A, per il numero della minore sua r.q.c. Onde dato il Trinomio C,150.piu r.q.c.22674816.piu r.q.c.51018336.da trouarne se egli è cubo la sua rad.cuba, che douerà essere vn Binomio composto da due r.q c.i numeri delle quali doueranno hauere proportione quadrata, fra loro, & quella istessa che hanno i numeri delle due r.q.c.del Trinomio C.dato, qual proportione paragonando il maggiore al minore, hà per denominatore D.2 $\frac{1}{4}$.numero quadrato, che hà per rad.quadra 1 $\frac{1}{2}$.al quale gionto sempre 1.fa 2 $\frac{1}{2}$,il quad, del quale è 6 $\frac{1}{4}$.con questo 6 $\frac{1}{4}$.si douerà partire 150, numero della r q.del C.dato, & ne viene 24.che è numero della r.q.c.minore dell A. quale si moltiplichi per 2 $\frac{1}{4}$.denominatore D.detto, & fa 54. & questo douerà essere il numero della rad.q.c, maggiore dell'A. perilche egli sarà r,q.c.54. piu r.q.c.24.cioe per trouare i dui numeri 54. & 24, delle due r.q.c.parti dell'A.conuien trouare due numeri tali, che partito il maggiore per il minore, ne venga il 2 $\frac{1}{4}$. num. quadrato è denominatore della proportione de i dui numeri delle r.q.c, del Trinomio C.& alla sua r.q. 1 $\frac{1}{2}$.gionto 1. & con il quad. 6 $\frac{1}{4}$. della somma moltiplicato il minore, il prodotto sia 150.numero della r.q.del Trinomio C.che per trouarli ponẽdo il minore essere 1.ɫ, il maggiore sarà 2 $\frac{1}{4}$.ɫ, che a partire il maggiore per il minore, ne viene il 2 $\frac{1}{4}$.dato, la r, del quale è 1 $\frac{1}{2}$.& giontoli 1.fa 2 $\frac{1}{2}$.che quadrato fa 6 $\frac{1}{4}$. con il quale moltiplicato il minore 1. ɫ, fa 6 $\frac{1}{4}$.ɫ, & questo deue essere 150.però è eguale a 150.onde partito esso 150.per 6 $\frac{1}{4}$.numero delle ɫ, l'auenimẽto 24.è il valore della ɫ, & però è il numero minore, posto 1.ɫ, & il maggiore posto 2 $\frac{1}{4}$ ɫ, sarà 60.dalla qual positione, ò operatione Algebratica se ne può dedurre la regola ò modo simplice numerale sopradetto.

Ancora si vede nel cubare A. r.q.c.3. piu r.q.c.2. Binomio poco di sopra cubato, che dato vn Binomio A. contenuto da due r.q.c. inumeri delle quali non habbino proportione quadrata fra loro,

loro che perciò esso Binomio A. non si potrà ridurre a Binomio cõtenuto da num. & ℞ cuba, ma si ridurrà bene a Binomio contenuto da numero, & r.q.c. all'hora il cubo del Binomio A. dato, non potrà mai essere Trinomio, ma sarà vn quadrinomio cõtenuto da due rad. quadre, & da due rad. quadre cube.

Ancora per acquistare maggior pratica dicendosi. Cubisi A. rad. 3. piu r.q.c. 12. Noi sapremo il cubo della prima parte essere rad. 3. volte 3. Il della seconda è rad. 12. cioe rad. 3. volte 2. che con rad. 3. volte 3. cubo della prima parte, fa rad. 3. volte 5. & però la somma è rad. 75. Onde si vede che essa somma si può trouare facilmente dicendo 3. numero della rad. quadra in 12. numero della r.q.c. entra 4. volte (che è numero quadrato) la radice del quale è 2. che si giũge a 3. numero della r q. & fa 5. numero da moltiplicare per la r.q. 3. cioè r. 25. via r. 3. & fa r. 75. che è la somma de' cubi delle due parti del Binomio.

(Et notisi, che questo modo si può notare sempre, quando anco a partire il numero della radice quadra cuba, per il numero della radice quadra non ne venisse numero quadrato, se bene all'hora la somma de' cubi delle due parti del Binomio non saria vna sola quantità, ma saria vn Binomio, come per essempio dato B. rad. 3. piu radice quadra cuba 2. da cubare, potremo dire 3. numero della radice quadra, in 2. numero della radice quadra cuba, entra volte $\frac{2}{3}$. la radice quadra del quale è radice $\frac{2}{3}$. che si giunge a 3. numero della radice quadra, & fa 3. piu radice $\frac{2}{3}$. da moltiplicare per la radice quadra 3. & fa radice 27. piu radice 2. che è la somma de i cubi delle due parti del B. dato, ma non ci occorre vsare questo modo, quando il numero della radice quadra, nel numero della radice quadra cuba non entra per numero quadrato, poiche subito si conosce quanto è il Cubo di ciascuna delle due parti del B. & che essi dui cubi non si possono sommare insieme se non con il termine piu.)

Ancora il quadrato della parte minore r.q.c. 12. è rad. cuba 12. il suo triplo è rad. cuba 324. che si moltiplica via rad. 3. parte maggiore, cioe r.q.c. 104076. via r.q.c. 27. & fa r.q.c. 2834352. che è la r.q.c. minore del Trinomio C. che hà da essere il cubo dell A. Et perche il cubo di rad. 3. parte maggiore dell'A. è rad. 27. & il cubo della parte maggiore è rad. 12. & di questi dui numeri di rad. il 12. minore entra nel 27. maggiore volte $2\frac{1}{4}$. con questo $2\frac{1}{4}$. moltiplicando il 2834352. numero della minore r.q.c. trouata del C. fa 6377292. & questo è il numero della r.q.c. maggiore del C. onde esso Trinomio C. cubo del Binomio A. dato sarà rad. 75. piu r.q.c. 2834352. piu rad. q.c. 6377292.

2834352
via $2\frac{1}{4}$
708588
6377292

Essendo ancora dato A. p̄ r.q.c. 32. ò vogliamo dire r q.c. 32. p̄ rad. 2. da cubare, diremo 2. numero della rad. quadra, in 32. numero della r.q.c. entra per 16. numero quadrato la rad. del quale è 4. da giungere a 2. numero della r.q. & fa 6. che moltiplicato per la r. quadra 2. fa rad quadra 72. che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Et poi il quad. della parte minore dell'A. è 2. il suo triplo è 6. da moltiplicare per la parte maggiore r.q.c. 32 cioe r.q.c. 46656. via r.q.c. 32. & fa r.q.c. 1492992. che è la r.q.c. minore del Trinomio C. (cioe quella che deriua dal quadrato della parte minore dell'A.) Et per trouare il numero della r.q.c. maggiore, diremo il cubo di rad. 2. parte minore dell'A. è rad. 8. & il cubo di r.q.c. 32. parte maggiore è rad. 32. di questi il numero 8. della minore entra nel numero 32. della maggiore volte 4. Con questo 4. si moltiplichi il numero 1492992. trouato della minore r.q.c. del C. & fa 5971968. che è il numero della r.q.c. maggiore; Onde il Trinomio C. cubo del Binomio A. dato sarà r. 72. p̄ r.q.c. 1492992. piu r.q.c. 5971968.

Et hauendo rad. 3. piu r.q.c. 3. Binomio A. da cubare; Si vede che 3. numero della r.q.c. entra volte 1. la rad. del quale 1. è 1. da giungere a 3. numero della r.q.c. & fa 4. da moltiplicare per essa rad. quadra 3. & fa rad. 48. che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Ancora il quadrato di r.q.c. 3. parte minore dell'A. rad. cuba 3. il suo triplo è r. cuba 81. da moltiplicare con rad. 3. parte maggiore, cioe r.q.c. 6561. via r.q.c. 27. & fa r.q.c. 177147. che è la r.q.c. minore del Trinomio C. Et per trouare l'altra maggiore diremo i cubi delle due parti dell'A. sono r. 27. & r. 3. il 3. num. della rad. minore in 27. numero della maggiore entra volte 9. però con questo 9. si moltiplichi il 177147. num. della r.q.c. minore del C. & fa 1594323. che è il numero della r.q.c. maggiore del Trinomio, però esso Trinomio cubo del Binomio A. dato, sarà rad. 48. p̄ r.q.c. 177147. piu r.q.c. 1594323.

Et se ci fusse proposto il Binomio C. 1320. piu rad. 1125000. da pigliarne la rad. cuba; noi per adoprare numeri piccoli più comodi, potressimo partirlo per qualche numero comodo a beneplacito, & hora sia 10. che ne verrà 132. piu rad. 11250. Et questo anco si può comodamente partire per 3. (che perciò il principal C. verrà ad essere partito per 30 & ne viene 44. piu rad. 1250. Di questo hora, & chiamiamolo D. potremo pigliare la ℞ cuba, che sia G. che perciò cauando

1250.

quadrato della minor parte da 1936 quadrato della maggiore resta 686. che la sua rad. cuba è rad. cuba 686. quale deue essere la differenza de' quadrati delle due parti del Binomio G. che cerchiamo. Et perche il D. importa circa a 79. il G. sua r. cuba douerà importare circa a rad. cuba 79. & delle sue due parti la prima essere rad. cuba di numero intiero (ò con rotto d' ½.) il quadrato della quale superi il quadrato della seconda parte, che saria ℞ q.c. in rad. cuba 686. Onde dal cauare il quadrato della seconda parte, qual quadrato sarà rad. cuba dal quadrato della prima parte, che sarà pure rad. cuba douendo restare rad. cuba 686. conuerrà che così il quadrato della prima parte come il quadrato della seconda sia comunicante a detto restante rad. cuba 686. (& anco essi dui quadrati delle due parti doueranno essere comunicanti fra loro)& perche le rad. cube comunicanti fra loro sono tali, che hanno proportione fra loro come da numero cubo, a numero cubo, vediamo che la rad cuba 686. differenza de' quadrati delle due parti deue hauere proportione a ciascuno d'essi dui quadrati, come da numero cubo, a numero cubo; questo auertito se diremo la prima parte del Binomio G. essere poniamo rad. cuba 30. il suo quadrato sarà rad. cuba 900, che paragonato a rad. cuba 686. non gli è comunicante, perche a partire rad. cuba 686. per rad. cuba 2. ne viene ℞ cuba 343. che è 7. numero rationale, per essere 343. numero cubo; ma a partire rad. cuba 900. per la istessa ℞ c. 2. ne viene ℞ c. 450. che non si può descriuere per numero rationale, non essendo 450. numero cubo, vediamo dunque che il quadrato della prima parte del G. deue essere tale, che partito il numero della sua ℞ c. per 2 l'auenimento sia numero cubo (come auuiene similmente a partire il 686. numero della ℞ c. 686. per 2. numero della ℞ c. partitore;) Onde potremo ponere che la prima parte sia ℞ c. 28. ò ℞ c. 32. ò ℞ c. 34 ò ℞ c. 36. ò simili quantità, che preso ℞ c. 28. il quadrato di 28. è 784. la mità 392. del quale non è numero cubo, & il quadrato di 36. è 1296. la mità 684. del quale non è numero cubo, ancora il quad. di 34. è 1156. la mità 578. del quale non è numero cubo (non occorre tentare ℞ c. 26. ò altre minori perche i loro quadrati sono minori di r.c. 686 che deue essere la differenza detta de' dui quadrati.) Ma di 32. il quad. è 1024. la mità del quale 512. è num. cubo, perilche preso per prima parte ℞ c. 32. il suo quad. ℞ c. 1024. è comunicante a ℞ c. 686. cauando dunque questa ℞ c. 686. da r.c. 1024. vedremo se poi il restante possa essere il quad. della seconda parte: Onde perche ℞ c. 2. in ℞ c. 1024. entra per ℞ c. 512. che è 8. Et la istessa ℞ c. 2. in ℞ c. 686. entra per r.c. 343. che è 7. vediamo che la medesima ℞ c. 2. entrarà nella differẽza loro tante volte, quanto è la differenza de' numeri 7. & 8. cioe 1. volta, però 1. volta ℞ c. 2. che produce la istessa ℞ c. 2. sarà la differenza di r.c. 1024. a ℞ c. 686 & però anco ℞ c. 686. sarà la differenza che è da ℞ c. 2. trouata a ℞ c. 1024. cioe a cauare ℞ c. 686. da ℞ c. 1024 restarà ℞ c. 2 perche dunque questi dui quadrati ℞ c. 1024. & r.c. 2. sono differenti fra loro nella ℞ c. 686. che ci bisogna, vedremo mo se le loro rad. quadre, che sono ℞ c. 32. & ℞ q c. 2. possino essere le parti cercate del Binomio G. (che quanto alla grandezza loro ℞ c. 32. è poco piu di 3. Et ℞ q. c. è poco piu d' 1. & però la somma loro è poco piu di 4. come si vede douere importare il Binomio G. che sappiamo douere importare circa a r.c. 79. che è pure poco piu di 4.) onde giongeremo il triplo del dutto del quad. della seconda parte nella prima, cioe 12. con 32. cubo della prima, & fa 44. che è a punto la prima parte del 44. p̄ ℞ 1250. Binomio D. come bisogna. Et anco l'altra parte trouandola al solito vedremo essere la r. 1250. come si ricerca, & così concluderemo il Binomio D. essere cubo, & la sua r. cuba essere il G. r.c. 32. p̄ r.q.c. 2.

Questo G mò moltiplicaremo per la ℞ c. del 30. con che fù partito il C. quando si ridusse al D. & fa r.c. 960 p̄ ℞ q.c. 1800 quale sarà la r.c. del dato C. 1320 p̄ r. 112500.

Noti mò lo Studente tutti questi discorsi, & modi, ne i quali mi sono molto diffuso, acciò egli possa hauere esatta diligenza d'ogni cosa, & farsi esperto, & pratico nell'operare facile, & breue.

Cubisi Binomio A. r c. 3. p̄ ℞ q.c. 2. Il cubo della prima parte è 3. Il quadrato della seconda parte è r.c. 2. che moltiplicato per la prima r.c. 3. fa r.c. 6. N. qual prodotto N. perche non è comunicante con 3. cubo della prima parte, ne manco il triplo d'esso N. cioe r. c. 162. sarà comunicante con esso 3. & però non si potrà sommare con esso se non con il segno piu. formando 3. piu r.c. 162. Onde il cubo del dato Binomio A. non sarà altrimenti vn'altro Binomio. Et seguendo si dirà il cubo della seconda parte ℞ q.c. 2. è r.q. 2. Et finalmente il quadrato della prima parte, cioe r.c. 9. moltiplicato con la seconda r.q.c. 2. cioe rad. q c. 81. via rad. quadra 2. fa rad. q.c. 162. & questo triplato, cioe moltiplicato via rad. quadra cuba 729. fa rad. q.c 118098. che gionta a gl'altri tre prodotti trouati se ne forma 3. piu rad cuba 162. piu rad. quadra 2. piu r.q.c. 118098. ò mettendogli per ordine rispetto al valore di esse quattro parti diremo, che sia r q.c. 118098. piu rad. cuba 162. piu 3. piu rad quadra 2. & questo Quadrinomio Q. sarà il Cubo del dato Binomio A. Nel quale Quadrinomio composti di r.q.c. rad. cuba numero, & rad. quadra douendo essere cubo d'vn Binomio composto di rad. cuba, & rad. quadra c. si vede, che le due parti

K di tal

di tal Binomio doueranno essere le rad. cube del numero, & della rad. quadra del quadrinomio, cioe la rad. cuba del 3. che è rad. cuba 3. Et la rad. cuba del rad. quadra 2. che è rad. cuba quadra 2. & cosi si formarà subito il Binomio rad. cuba 3. piu r.q.c.2. quale acciò sia veramente rad. cuba del quadrinomio, cioe acciò che il quadrinomio sia veramẽte cubo, conuerrà che l'altre due parti del quadrinomio si formino dal triplo del dutto della r.c.3. nel quad. di r.q.c. 2. Et dal triplo del dutto della r. q.c. 2. nel quadrato della r.c.3.

Se partiremo il Binomio A. rad. cuba 3. piu r.q.c.2. per rad. cuba 3. ne verrà 1. piu r.q.c. $\frac{2}{9}$. B. il cubo del quale sarà quello R. che deriua a partire il quadrinomio Q. cubo del Binomio A. per 3. che è il cubo di rad. cuba 3. con il quale si è partito l'A. per deriuarne il B. onde partendo il Q. per 3. l'auenimento r.q.c. 16. piu rad. cuba 6. piu 1. piu rad. quadra $\frac{2}{6}$. sarà R. cubo di B.

13. rad. quadra 125. rad. cuba 169. via rad. quadra 5.
cioe rad. quadra cuba 28561
via rad. quadra cuba. 125.
rad. quadra cuba 3570125
Si tripli, cioe via rad. quadra cuba 729
rad. quadra cuba 2602621125

rad. quadra 25. cioe 5. via rad. cuba 13. fa rad. cuba 1625.
si tripla, & fa r.c.42875.
Il Cubo è r. cuba 43875. p̄ r.q.c.2602621125. p̄ 13. piu r.q.125.

Ancora Cubisi rad. cuba 13. piu r.q.5. Binomio A. contenuto da vna rad. cuba, & da vna r.q. Quì si vede, che quãdo il Binomio A. è contenuto da vna r. q. & da vna rad. cuba, all'hora il Cubo d'esso Binomio è vn quadrinomio C. contenuto da numero radice quadra, rad. cuba, & r.q.c. del quale quadrinomio (quando egli sarà cubo) si troua la sua rad. cuba facilmente, perche ella è vn Binomio i dui nomi del quale sono la rad. cuba delli dui nomi del quadrinomio, che sono il numero, & la rad. quadra; perilche hora del 13. & del r.q.125. prese le rad. cube, che sono r.c.13. & r.q.5. & accompagnate insieme il composto rad. cuba 13. piu radice quadra 5. è il Binomio A. che è rad. cuba del quadrinomio dato.

Trouisi la rad. cuba di 945. piu rad. 504008. A. & sia C. Il quadrato di 945. è 893025. dal quale cauato 504008. quadrato della minor parte resta 389017. la rad. cuba del quale è 73. numero rationale, però il C. che si cerca sarà anch'egli Binomio contenuto similmente da numero, & r.q. come è l'A. i quadrati delle quali sue due parti saranno differenti in 73. Et la somma d'esse due parti, cioè il valore del Binomio C. douerà egli essere la rad. cuba in circa di 1655. in circa, cioe manco di 12. (che il valore di A. è circa a 710. & 945. cioe circa a 1655.) perche si deue diuidere alquanto manco di 12. proposto in due parti tali, che i loro quadrati siano differenti in 73. dato (che perciò sappiamo il quadrato della parte maggiore douere essere piu di detto 73. & però ella piu di 8 $\frac{1}{2}$.) & perciò mediante la regola data nel fine di carte si partirà 73. proposto per quasi 24. doppio di quasi 12. proposto, & ne viene piu di 3. da giongere, & cauare a quasi 6. mità del quasi 12. proposto, & ne restano circa a 9. & 3. che saranno le due parti del quasi 12.

Et perche la prima parte deue essere numero rationale, & intiero, ò con rotto d' $\frac{1}{2}$. ella sarà, ò il 9. ò 9 $\frac{1}{2}$. (che 8 $\frac{1}{2}$. non può essere, perche il suo quadrato non arriua a 73. non che lo superi in modo che il restante possa seruire per quadrato della parte minore) quanto al 9 $\frac{1}{2}$. che hà per quadrato 90 $\frac{1}{4}$. & però supera il 73. dato in 17 $\frac{1}{4}$. però ella saria rad. 17 $\frac{3}{4}$. cioe piu di 4. giongendola al 9 $\frac{1}{2}$. faria piu di 13 $\frac{1}{2}$. che supera il valore del C. quale non arriua a 12. però essendo l'A. Binomio cubo conuerrà che la parte maggiore del C. sia il 9. & perche dal suo quadrato 81. cauato il 73. (differenza de'quadrati) resta 8. cõuerrà che il quadrato della parte minore sia 8. & però che ella sia rad. 8. Et cosi Binomio C. r. cuba dell'A. (quando A. sia cubo) douerà essere 9. p̄ r.8. che bene vale alquanto manco di 12. come deue. Et cubandolo ci chiariremo intieramente, che produce l'A. 945. p̄ r.504008.

Sia anco da cubare rad. 8. piu rad. 6. Binomio A. contenuto da due rad. quadre. Il cubo della prima parte è rad. 512. cioe il prodotto del quadrato di rad. 8. che è 8. via essa rad. 8. Il quadrato della seconda parte rad. 6. è 6. & il suo triplo è 18. che moltiplicato via la rad. 8. prima parte (cioe rad. 324. via rad. 8.) fa rad. 2592. Questo si potrà sempre sommare con il cubo della prima parte hora rad. 512. perche essa rad. 512. è 8. volte la rad. 8. prima parte, & la rad. 2592. è 3. volte 6. cioe 18. volte essa rad. 8. che il numero 8. è sempre il numero della rad. della prima parte, & il numero 18. è sempre il triplo del numero 6. della rad. della seconda parte, onde la somma di rad. 512. cõ rad. 2592. sarà 8. & 18. cioe 26. volte la rad. 8. prima parte, & però sarà il dutto di rad. 676. via rad. 8. che fa rad. 5408. perilche vediamo, che in questi Binomij contenuti da due rad. quadre facil-

facilmente si troua essa somma del cubo della prima parte, con il dutto d'essa prima parte nel triplo del quadrato della seconda, giongendo il numero della prima parte, con il triplo del numero della seconda, & la somma che è numero rationale, moltiplicare con essa prima parte al solito (cioe esso numero rationale ridurre a forma di radice, per moltiplicarlo con la prima parte, che è anch'ella rad.) che il prodotto sarà la prima parte di C. cubo del Binomio A. dato, qual C. sarà anch'egli vn Binomio contenuto da due rad. quadre come è l'A. l'altra parte di questo C. si trouarà pure facilmente per la medesma causa nel modo che s'è trouata la prima parte, cioe giongeremo il numero 6. della seconda parte d'A. con il triplo di 8. numero della prima parte, cioe cõ 24. che fa 30. & questo moltiplicaremo per la seconda parte rad. 6. (cioe radice 900. via rad. 6.) che fa rad. 5400. quale è la seconda parte del Binomio C. però egli sarà rad. 5408. piu rad. 5400.

Et se conuersamente dato il Binomio C. rad. 5408. piu rad. 5400 se ne volessimo trouare la sua rad. cuba (essendo egli cubo) noi cauando 5400. quadrato della parte minore da 5408. quadrato della parte maggiore resta 8. la rad. cuba del quale è 2. questo 2. per essere numero rationale, cioe senza denominatione di alcuna radice, ci fà conoscere, che essendo il dato Binomio C. cubo, ancora sarà la sua rad. cuba vn Binomio simile a lui, cioe contenuto da due rad. quadre come è esso C. & tali, che i loro quadrati saranno differenti in 8. Hora considerando, che questo Binomio C. è, ò vogliamo dire importa circa a 147. vediamo che il Binomio A. sua rad. cuba importarà circa a r. cuba 147. cioe 5 $\frac{1}{4}$ & alquanto più, onde le due parti del Binomio A. gionte insieme doueranno valere alquanto piu di 5 $\frac{1}{4}$. & i quadrati loro essere differenti in 2. diuideremo dunque 5 $\frac{1}{4}$. & alquanto più in due parti tali, che i loro quadrati siano differenti in 2. & per farlo mediante la Regola data noi con il doppio di 5 $\frac{1}{4}$. & alquanto più che è 10 $\frac{1}{2}$. & alquanto più, partiremo il 2. ouero (che resulta l'istesso) cõ il solo 5 $\frac{1}{4}$. & alquanto più partiremo la mità di 2. cioe 1. & ne viene $\frac{4}{21}$. & alquãto mãco, che gionto, & cauato a 2 $\frac{5}{8}$. & alquãto piu mità del 5 $\frac{1}{4}$. ne resultano circa a 2 $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{6}{8}$. & 2 $\frac{7}{6}$ $\frac{3}{8}$. che ridotti a forma di r. (come deuono essere le parti del Binomio A. a similitudine delle parti del C.) sono circa a rad. 8. & rad. 6. Queste importano circa a 5 $\frac{1}{4}$. come ci bisogna, & i loro quadrati sono differenti in 2. come conuiene, però essaminandole, cioe con esse formando il Binomio rad. 8. piu rad. 6. & cubandolo; perche vediamo, che fa a punto rad. 5408. piu rad. 5400. che è il C. dato, diremo che il C. è cubo, & la sua rad. cuba essere rad. 8. piu rad. 6.

Partendo il Binomio C. rad. 5408. piu rad. 5400. per rad 8. ne viene D. rad. 676. piu rad. 675. cioe 26. piu rad 675. Et per la ℞ cuba d'essa rad. 8. partitore, cioe per rad. 2. partendo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. (rad. cuba del C.) l'auenimento B. rad. 4. p̄ rad. 3. cioe 2. p̄ r. 3. sarà la rad. cuba del D.

Et se partessimo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. per 2. l'auenimento F. rad. 2. p̄ r. 1 $\frac{1}{2}$. sarà la r. cuba del Binomio G. che nasce a partire il C. per il cubo del 2. partitore dell'A. onde il G. saria rad. 84 $\frac{1}{2}$. p̄ rad. 84 $\frac{3}{8}$.

Hora vogliamo mostrare all'amoreuole, & giudicioso Studente, come si possa concludere dimostratiuamente, che quando alcun Binomio C. è cubo, all'hora di necessità la differenza de'quadrati delle due sue parti è il cubo della differenza de'quadrati delle due parti dell'A. che è la rad. cuba di esso C. però notisi il seguente discorso.

Cubisi 16 diuiso in 11. & 5. cioe in forma di Binomio cosi, 11. p̄ 5.

11 piu 5
sono differenti in 6

Cubo dell'11.	1331	125. cubo del 5.
dutto dell'11. nel triplo del quadrato di 5.	825	1815. dutto di 5. nel triplo del quadrato di 11.
	2156	1940.

la differenza è 216.

L'825. si forma da 5. via 5. via 3. via 11. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 5.
Il 1815. si forma da 11. via 11. via 3. via 5. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 11.

Trouisi la differenza de' Cubi di 11. & 5.

11. & 5. la differenza n è 6.

il triplo di 5. minore è 3. via 5. 11. via 6. via 3. via 5. fa 990. il cubo di n 6. è 216. la differenza de'cubi è 1206. cioe il cubo di n differenza delle due parti, & 990. di piu, & sia X.

Ma

Ma perche 5.& 11.sono differenti in 6.n ne segue, che la differenza del 1845.a 825.sia quanto 165.via 6.che fa 990.Z. Ma il 165.già si è detto essere il dutto di 11. via 5.via 3. però il 990. Z. è il dutto di 11. via 5. via 3. via 6. cioe questo dutto è la differenza de' dui numeri 825. & 1815.

Ancora il 990. X.che si trouò di sopra nel cercare la differenza de'cubi d'11.& 5.si forma dalli istessi quattro numeri moltiplicati insieme, cioe è il dutto di 11.via 5. via 3.via 6. perilche sempre quel 999.X.è eguale a questo 990.Z.

Ma la differenza 1206.de'cubi di 11.& 5.supera il suo 990.X. in 216. cubo del 6. differenza di 11.& 5.però superarà ancora l'altro 990.Z.differenza dell'825.al 1815.nel medesmo 216. Hora consideraremo che il 1256.si compone da 1331.cubo di 11.& da 825. Et il 1940. si compone da 125.cubo di 5.& da 1815.ma il 1331.è maggiore del 125.in 990. & nel 216. cubo di 6.n.(differenza d'11.& 5.) onde si può dire che 1331. si compone da 990. 125. & 216. Et però il 2156. da 990.125.216.& 825. Et quanto al 1940.egli si compone da 1815.che è quanto 990.& 825. Et anco da 125. onde si può dire che esso 1940. si componа da 990. 825. & 125. ma dalli istessi tre componenti,& da 216.di più,si compone il 2156.però il 2156.supera il 1940.nel 216.che è il cubo di 6.differenza di 11. a 5. Onde si conosce, che cubando vn Binomio A. & nascendone il Binomio C. all'hora la differenza delle due parti del C. sarà il cubo della differenza delle due parti dell'A.

Ancora dato vn Binomio A.11.piu 5.il cubo del quale sia il Binomio C.2156.piu 1940. auuerrà sempre, che i quadrati delle due parti del C. saranno differenti fra loro in vn numero, che sarà il cubo della differenza de' quadrati delle due parti del Binomio A. onde hora che i quadrati d'11. & 5. cioe 121. & 25. sono differenti in 96.(che è quanto il prodotto della somma di 11. & 5. (cioe di 16.) via 6. differenza de' medesimi 11. & 5.) il cubo di questo 96. (cioe hora 884736.) verrà ad essere la differenza de'quadrati 2156.& 1940.che si troua facilmente moltiplicando la somma d'essi 2156. & 1940. cioe 4096. (che è il valore del Binomio G.) via 216.differenza loro,& fa 883476.

11. piu 5.
121. 25.
differenza 96.

Ma 156. 1940. N.
4648336. 3763600.
differenza 884736.
che è il cubo di 96.

Cubisi 96.
9216.
110592.
fa 884736.

La causa è,che essendo il 96. differenza de'quad. d'11. & 5.) il dutto di 16. (somma di 11.& 5.) via 6. (differenza loro.) Et essendo l'883476.differẽza de'quadrati di M.& N.il dutto di 4096. (somma di M.2156.& N.1940.)via 216. (differenza loro) perche il 4096. valore del composto di M.& N.è dalla construttione, il cubo di 16. valore del composto d'11.& 5. Et il 216.differẽza di M.& N.è (come si è mostrato) il cubo di 6.differẽza d'11.& 5. vediamo che a moltiplicare 6.via 16.che producono 96. si vẽgono a moltiplicare fra loro le due ℞ cube di 4096.& di 216.che producono l'884736. ma quando i Cubi di dui numeri 16.& 6.si moltiplicano insieme il prodotto è anco il cubo del prodotto d'essi dui numeri 16 & 6.cioe è il cubo del 96. (come si dimostra in vniuersale nella propositione seguẽte)perilche è chiaro,che l'884736.prodotto de'cubi di 16.& 6.è il cubo di 96.ma esso 884736. è la differenza de'quadrati di M.& N.& il 96.è la differenza de'quadrati di 11. & 5. però è similmente chiaro,che d'vn Binomio C.che sia il cubo d'vn dato Binomio A.la differenza de'quadrati delle due parti del C.è il cubo della differenza de'quadrati delle due parti dell'A.

Propositione.

SE siano date quante quantità si voglino da vna banda,& i loro quadrati,ò i loro cubi, ò i quadri quadrati,ò Relati,ò Quadri cubi,&c.dall'altra ; Ancora i prodotti delli Quadrati,ò delli Cubi,&c.detti saranno similmente il Quadrato,ò il cubo, &c. del prodotto delle prime quantità date. Siano dati per lati quante quantità si voglino poniamo 3. 7. 5. 11. & i suoi quadrati siano 9. 49. 25. 121. Et i cubi 27. 343. 135. 1331. si dice che il dutto del primo quadrato nel secondo quad.sarà il quad.del dutto del primo lato nel secondo lato ; Et il dutto del primo cubo nel secondo cubo sarà il cubo del dutto detto del primo lato nel secondo lato. Et similmente il dutto de i tre primi quadrati fra loro sarà il quadrato del dutto de i tre primi lati fra loro ; Et il dutto de i tre primi cubi fra loro,sarà il cubo del dutto de'tre primi lati fra loro ; Ancora il dutto delli quattro quadrati fra loro , sarà il quadrato del dutto de i quattro lati ad essi corrispondenti fra loro : Et il dutto de'4.cubi fra loro,sarà il cubo del dutto de'4.lati ad essi corrispondẽti

fra

fra loro ; Et cosi seguendo in infinito. Ilche tutto si dimostrarà come segue. Presi i dui primi lati 3.& 7.il loro dutto è 21.cioe 3.via 7. I quadrati d essi 3.& 7.sono 9.& 49.& il loro dutto è 441. ma perche 9. si produce da 3. via 3. & 49. si produce da 7.via 7 si può dire,che 9 via 49. cioe che 441. si produce da 3. via 3. via 7.via 7. ma vn 3.via 7.produce 21.& l'altro 3.via 7.produce pure 21.onde 21.via 21.è quanto 3 via 3.via 7.via 7. Ma ancora 9.via 49.è quanto 3.via 3.via 7. via 7. però 9. via 49. è quanto 21.via 21. Questo 21.via 21. è il quadrato del dutto di 3. via 7.però anco 9.via 49.cioe il dutto de i dui primi quadrati, qual dutto è 441 sarà il quadrato del dutto de i dui primi lati 3. & 7. fra loro ; Et seguendo alli Cubi di detti primi lati, quali cubi sono 27.& 343.& moltiplicati essi Cubi fra loro producono 9261.si dice questo 9261. essere il cubo di 21.prodotto di detti primi lati 3.& 7 perche il cubo 27. è il dutto di 3.via 9.& il 9. è il dutto di 3.via 3.onde il 27.viene ad essere il dutto di 3.via 3.via 3.Et per la medesma causa il 343. è il dutto di 7.via 7.via 7.Onde tãto importa il dutto di 27.via 343.quanto il dutto di 3.via 3.via 3.via 7.via 7.via 7.ò vogliamo dire di 3.via 7.via 3.via 7.via 3.via 7 ma vn dutto di 3.via 7 è 21. però li 6.dutti detti,si può dire essere quãto 3.dutti di tre 21.cioe quãto 21.via 21.via 21.ma tre dutti di 21.fra loro producono il cubo di 21.onde tanto è il dutto di 27. via 343. quanto il Cubo di 21. Ma 21.è il dutto de'lati 3 & 7. però il dutto di 27. cubo di 3.in 343. cubo di 7. è quanto il Cubo del prodotto da essi lati 3.& 7.

Nel medesmo modo si potrà procedere a mostrare,che il numero,ò quantità prodotta dalla moltiplicatione fra loro de'quadri quadrati del 3.& 7.è il quadro quadaato di 21.prodotti delli istessi lati 3.& 7. cioe che esso prodotto di quadri quadrati detti è quanto il dutto di quattro 21. fra loro,cioe quãto 21 via 21.via 21.via 21.Et cosi il dutto de'primi relati di 3.& 7.sarà il primo lato di 21.dutto d'essi 3.& 7. Et il medesmo similmente auuerrà ne i quadri cubi,ne i secondi relati ne i quadri,quadri quadrati. Ne i Cubi cubi ; Et nelle simili seguenti dignità delle quantità in infinito. Questo veduto, facilmente si mostrarà, che anco il prodotto de i tre primi quadrati,ò de i tre primi cubi, fra loro è il quadrato, ò il Cubo de i tre primi lati fra loro, che essendo essi tre primi lati 3. 7. 5.& il dutto de'dui 3. & 7. essendo 21.intenderemo quello 21. come vn solo lato,& il 5.come vn'altro lato,& adopraremo questi dui 21. & 5.in vece delli tre 3. 7.& 5.che tanto è il prodotto de'dui 21.& 5.quanto è il prodotto delli tre 3.7.& 5. qual prodotto è 105. Et de i dui lati 21.& 5.siano i quadrati 441.& 25. che producono 110250. Et de i medesimi dui lati siano i Cubi 9261.& 125,che producono 1157625. onde per quello che di sopra si è mostrato concluderemo che il prodotto de'dui quadrati 441.& 25. è il quadrato del prodotto de i dui lati 21.& 5. Et il prodotto de i dui cubi 9271.& 125.è il cubo del prodotto istesso de i dui lati 21,& 5.ma il prodotto de i dui lati 21. & 5. è quanto il prodotto de i tre primi dati 3. 7.& 5. Et il prodotto de i dui quadrati 441.25.è quãto il prodotto de i tre quadrati 9. 49. 25. Et anco il prodotto de i dui Cubi 9261.& 125.è quanto il prodotto de i tre Cubi 27. 343. 125. però il prodotto de i tre primi quadrati, è il quadrato del prodotto de i tre primi lati, & il prodotto de i tre primi cubi, viene ad essere il cubo dell'istesso prodotto de i suoi tre primi lati.

3) 22 9) 441 27) 9261
7 49 343
5
11

21) 105 441) 11025 9261) 1157625
5 25 125

Hora presi quelli 105. 11024. & 1157625. in vece d'vn sol lato ; Et del suo quadrato, & del suo Cubo,ad esso lato accompagnaremo il seguente lato de i dati,& sia 11.& cosi formato il suo quad.& il suo cubo,& i prodotti de' dui lati,de i dui quadrati,& de dui Cubi,concluderemo pure nel medesmo modo,che il prodotto di questi dui quadrati, è il quad.del prodotto di questi dui lati, & il prodotto di questi dui Cubi, è il cubo del prodotto istesso di questi dui lati, & però che del prodotto de i quattro lati dati il quadrato è il prodotto de i quattro quadrati, & il cubo è il prodotto de i loro quattro cubi. Et cosi con tal modo procedendo si concluderia il medesmo,essendo i lati dati,& 5.& 6.& 7.& quanti si voglino in infinito ; Et non solo ne i quadrati,& ne i Cubi de i lati,ma nelli quadri quadrati loro,nelli Relati,& ne gl'altri.

Cubisi questo ℞esiduo A.r.c.$1\frac{1}{2}$.m̃ r.q.c.$1\frac{1}{2}$.

Il cubo della prima parte è $1\frac{1}{2}$. Il cubo della seconda parte è m̃ r.q. $1\frac{1}{2}$. Il quadrato della prima parte è r.c.$2\frac{1}{4}$.da moltiplicare via m̃ r.q.c.$1\frac{1}{2}$. seconda, cioe r.q.c.$5\frac{1}{16}$. via m̃ r.q.c.$\frac{3}{2}$. che fa m̃ r.q.c.$2\frac{7}{4}$. & quello si tripla, cioe si moltiplica via r.q.c.729. & fa m̃ r.q.c.[illegible] cioe m̃ r.q c.$1920\frac{3}{4}$.che è l'altro particolare prodotto.

Ancora il quadrato della seconda parte 4. m̃ r.q.c.$1\frac{1}{2}$. è r.c.$1\frac{1}{2}$.da moltiplicare via la prima

L rad.

r.c.$1\frac{1}{2}$.& fa r.c.2. quale si tripla, & fa r.c.54. che è l'vltimo particolare prodotto. Et perciò il prodotto totale, che è il cubo del Residuo A. sarà r.c.54. p̄ $1\frac{1}{2}$. m̄ ℞ q. $1\frac{1}{3}$. m̄ r.q.c.$4920\frac{3}{4}$. che è vn Quadrinomio C. composto di p̄ & m̄, & di numero r.q.r.c. & r.q.c. In questo Quadrinomio cubo C. composto di p̄. & m̄, si vede il numero $1\frac{1}{2}$. essere il numero della ℞ c. del Residuo A. che è r. cuba d'esso Quadrinomio: Et che del m̄ r.q. $1\frac{1}{3}$. il numero $1\frac{1}{3}$. è il numero della m̄ r.q c. del medesimo Residuo A. Et che perciò delli $1\frac{1}{2}$. & m̄ r.q. $1\frac{1}{3}$. preso separatamente la r.c. che sarà r.c. $1\frac{1}{2}$. & m̄ r.q.c. $1\frac{1}{3}$. esse saranno le due parti che formano il Residuo A. che è r.c. del Quadrinomio; Et questo auuiene perche esse due parti sono quelle, che si cubano nel sommare il Residuo A. & formano due parti del Quadrinomio; Et per chiarirci poi se il Quadrinomio dato sia cubo, cõuien vedere se il triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. moltiplicato via la m̄ r.q.c. $1\frac{1}{3}$. formi la m̄ r. q.c. 4920. Et anco se il triplo del quad. della m̄ r.q.c. $1\frac{1}{3}$. moltiplicato via la r.c. $1\frac{1}{2}$. formi la r.c.54. Et si può auuertire, che il r.c. 54. deue nascere dal triplo del quad. della m̄ r.q.c. $1\frac{1}{3}$. pche il quad. d'essa meno r.q.c. è sempre p̄. & è r.c. che moltiplicato via l'altra r.c. cioe via r.c. $1\frac{1}{2}$. produce pure r.c. Et auuertire similmente, che il meno r.q.c.$4920\frac{3}{4}$. appartiene, ò deue nascere dal triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. che si riduce poi a r.q.c. per moltiplicarlo via meno r.q.c. $1\frac{1}{3}$. qual moltiplicante perche è meno deue produrre meno, & è similmente r.q.c. Et cosi facilmente si può conoscere se tali Quadrinomij sono cubi, ò nò, & essendo cubi quale sia la sua r. cuba.

Moltiplichisi r.c. 12. via r.q.c. 12. Cioe r.q.c. 144. via r.q.c. 12. fa r.q.c. 1728. che si riduce a r.q. 12. Di qui si può auuertire, che moltiplicando vna r.c. via vna r.q.c. del medesmo numero, il prodotto è sempre r.q. dell'istesso numero. Cioe a moltiplicare poniamo r.c. 19 via r.q.c. 19. fa r.q. 19. perche r.c. 19. ridotta a r.q.c. è r.q.c. (19. via 19.) & questo moltiplicato via r.q.c. 19. fa r.q.c. (19. via 19 via 19.) onde il numero del pdotto sarà cubo, & la sua r.c. sarà il 19. perilche d'esso prodotto, che sarà r.q.c. si potrà pigliare la r.c. che quanto al numero sarà 19. & però questo 19 sarà solo r.q.

r.q.c. 19. via r.c. 19. cioe
via r.q.c. 361.
fa r.q.c 6859. cioe r.q.19.

Ma moltiplicando r.q.19. via r.q.c.19. il prodotto è 19. via 19. denominato da r. cuba; cioe r.c. 961. perche qui nel ridurne la r.q.19. a r.q.c. si moltiplica 19. via 19. via 19. & il prodotto (che è r.q.c.) si moltiplica per 19 num. della r.q.c. & però il prodotto delli quattro 19. (che è r.q.c.) sarà num. quad. onde presane la r.q. che sarà il dutto di dui 19. il num. dell'auenimento sarà solo r.c.

Notino gli Studenti, che se beue alle volte nelle operationi si potria dare vna Regola breue, deriuandola da breue discorso, noi ne facciamo diuerse, & alcune lunghe; deducendone Regole diuerse, &c. acciò essi si faccino esperti, & in molti modi sappiamo discorrere, & operare.

Ma lassando il trattare di queste quantità cube, & loro radici (che si potria procedere in infinito) passiamo ad altre speculationi.

2 *Data la somma de i quadrati di due quantità, & la proportione del prodotto d'esse due quantità al quadrato della differenza delle medesme due quantità, ritrouare esse due quantità.*

SIa B. somma de i quadrati delle due quantità 20. Et la proportione del prodotto d'esse due quantità al quadrato della differenza loro sia come da R. ad S. Si domanda esse due quãtita.

Poniamo A. essere il prodotto delle due quantita, Adunque il quad. della differenza d'esse sara

Il dutto di S. in A.
partito per R.

(perche essendo da A. prodotto delle due quantità, al quadrato della differenza loro come da R. ad S. cioe essendo A. prodotto delle due quantita. Et il quadrato della differenza loro; Et R. & S. dal supposito, quattro quantità proportionali ne segue, che il dutto della prima A. nella quarta S. sia eguale al dutto della seconda, quadrato della differenza delle due quantità nella terza R. onde partendo il dutto della prima nella quarta, cioe di A. in S. ò vogliamo dire, che resulta l'istesso di S. in A. per la terza R. l'auenimento sarà la seconda, cioe il quadrato della differenza delle due quantità) al quadrato della differenza delle due quantità, gionto il doppio del prodotto d'esse due quantità, ne resulta la somma de i quadrati delle due quantità. Adunque

Il dutto di S. in A.
Et di R. due volte in A.
da partire per R.

sarà eguale alla superficie B. 20. dato, somma de i quadrati delle due quantità (che R. in A. due volte da partire per R. è quanto due volte A. posto essere il prodotto delle due quantità, poiche a moltiplicare A. per R. & partire il prodotto per l'istesso R. ne ritorna A. ma in vece de dire A. due volte, qui si dice, ò si pone R. in A. due volte da partire per R. perche cosi torna comodo, douendolo giungere con il dutto di S. in A. che và anch'egli partito per il medesimo R. Et cosi

cosi il dutto di S. in A. da partire per R. è il quadrato della differenza delle due quantità. Et il dutto di R. in A. due volte da partire per R. è il doppio del prodotto delle medesme due quantità, quali quad. della differenza delle due quantità; Et doppio del prodotto delle istesse due quãtità, gionti insieme cõpongono la sõma de' quad. delle due quãtità (come si mostrò nel fine della secõda operatione, ò Problema a fac. & però saranno eguali al dato B. 20.) La quale Equatione ridotta a forma di proportionalità si potrà dire, che come è da S piu due volte R. ad R. cosi è da B. 20. ad A. da trouarsi rettangolo, ò prodotto delle due quantità, (perche hauendo il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Il tutto da partire, ò esimo di R ò denominato da R, ò vogliamo dire che hà per denominatore R. Et essendo eguale a B. noi per leuare il rotto moltiplicando ciascuna delle due parti finistra, & destra dell'Equatione per R denominatore della sinistra ci ridurremo ad hauere il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Eguale al dutto di R. in B. Et perche il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte pure in A. si può dire essere il dutto di questa quantità S. piu il doppio di R. in quest'altra A. Et essendo tal dutto eguale al dutto di quest'altre due R. & B. fra loro, noi potiamo considerare esse 4. quantità come 4. quantità proportionali, ponendo quelle d'vn dutto per estreme prima, & quarta. Et quelle dell'altro dutto (al già detto dutto eguale) per medie, secõda, & terza, & stando cõ quest'ordine S. piu il doppio di R. prima R. seconda B. terza, & A. quarta, si dirà, che come da S. piu il doppio di R. ad R. cosi è B. 20. ad A. posto essere il prodotto delle due quantità, che si cercano.) Onde dati S. R. & B. si trouaranno le due quãtità. Che dato B. (somma de' quad. delle due quantità) 20. Et la proportione del prodotto delle due quantità al quad. della differenza loro, essendo come da R. 2. ad S. 1. Il doppio di R. con S. cioe 4. & 1. che fa 5. ad R. 2. sarà come da B. 20. ad A. prodotto delle due quantità; onde se 5. da 2 il B. 20 darà 8 & questo 8. sarà A. prodotto delle due quãtità, il doppio del qual prodotto, cioe 16. cauato dalla somma de i dui quadrati loro, cioe da B. 20. il restante 4. è il quadrato della differenza delle due quantità, però la ℞ di questo 4. cioe 2. è la differenza delle due quantità. Et l'istesso 16. doppio del prodotto delle due quãtità, giunto al medesmo B. 20. somma de' quadrati delle due quantità, il composto 36 sarà il quadrato della somma delle due quantità (come si mostrò nel secondo problema sopradetto) perilche la ℞ di questo 36. cioe 6 sarà la somma delle due quantità. Et la differenza delle istesse si è trouato essere 2. però la mità della differenza, giõto a 3. mità della somma che fà 4. mostrarà la maggiore delle due quantità cercate douere essere 4. Et il medesimo 1. cauato dall'istesso 3. che resta 2. mostrarà la minore douere essere 2. Et ben si vede che la somma di 16. & 4. quadrati loro fa il 20. B. dato, Et che la proportione di 8. prodotto d'esse due quantità à 4. quadrato di 2. differenza loro, è come da R. 2. ad S 1. come si propone.

Et se stante la somma de i quadrati delle due quantità B. 20. il prodotto delle due quantità al quadrato della differenza d'esse due quantità fusse come da 1. ad 1. cioe fussero eguali, che S. cioe fusse eguale ad R. che però all'hora il doppio di R. gionto ad S. faria il triplo di R. all'hora ancora B. 20. faria triplo ad A. prodotto delle due quantità, & perciò esso prodotto faria $\frac{20}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$. il doppio del quale che è $13\frac{1}{3}$. giunto, & cauato a B. 20. somma de' quadrati delle due quãtità i dui resultanti $33\frac{1}{3}$. & $6\frac{2}{3}$. saranno i quadrati della somma delle due quantità, & della differenza delle istesse due quantita, onde la somma delle due quantità sara ℞ $33\frac{1}{3}$ & la loro differenza sara ℞ $6\frac{2}{3}$. le mita del che sono ℞ $8\frac{1}{3}$: & ℞ $1\frac{2}{3}$. perilche la quantita maggiore sara ℞ $8\frac{1}{3}$. p̄ ℞ $1\frac{2}{3}$. Et la minore sara ℞ $8\frac{1}{3}$. meno ℞ $1\frac{2}{3}$. La differenza delle due quantita è due volte ℞ $1\frac{2}{3}$. cioe ℞ $6\frac{2}{3}$. Il suo quadrato è $6\frac{2}{3}$. ilche è eguale al prodotto delle due quantita come si propone.

La quantita maggiore è ℞ $8\frac{1}{3}$. piu ℞ $1\frac{2}{3}$.	Il suo quadrato è 10. piu ℞ $\frac{500}{9}$.
La quantita minore è ℞ $8\frac{1}{3}$. m̄ ℞ $1\frac{2}{3}$.	Il suo quadrato è 10. men. ℞ $\frac{500}{9}$.
Il prodotto delle due quantita è $8\frac{1}{3}$. meno $1\frac{2}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$.	la somma de i quadrati è 20. come si propone.

Il Cardano al Capitolo 66. nel quesito 94. scriue:

TRouinsi due quantita tali, che il prodotto sia eguale al quad. della differenza loro, & che la somma de' quad. loro sia 20. Et lo risolue per Algebra con modo simile al seguente. Sia la maggiore $\frac{1}{2}$. ꝛ, & la minore 1. (che si potria anco dire 1. quãtita, & trouar poi il valore d'essa quãtita in num. di ꝛ, ma pche questo riusciria laborioso, perciò adopraremo la simplice vnita) la differenza è $\frac{1}{2}$. ꝛ m̄ 1. il quad. d'essa è $\frac{1}{4}$ ẑ m̄ 1. ꝛ p̄ 1. ilche è eguale al prodotto delle due quãtita che è $\frac{1}{2}$. ꝛ, che accomodãdo la Equatione si hauera $\frac{1}{4}$. ẑ p̄ 1. Eguale a $1\frac{1}{2}$. ꝛ, & però 1. ẑ p̄ 4. Eguale a 6. ꝛ. Onde la ꝛ vale 3. p̄ ℞ 5. ò 3. m̄ ℞ 5. ma la valuta maggiore ci serue, & $\frac{1}{2}$. ꝛ sara $1\frac{1}{2}$. p̄ ℞ $1\frac{1}{4}$. che $1\frac{1}{2}$. m̄ ℞ $1\frac{1}{4}$. saria poco per la quantita maggiore essendo posto 1. la minore. Et cosi quãdo la mino-

minore sia 1. la maggiore posta $\frac{1}{2}$. + sarà $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. Cioe la proportione della maggiore alla minore è come di $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ c. $\frac{1}{4}$. ad 1. Hora con nuouo quesito si dice.

Trouinsi due quantità nella proportione di $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. ad 1. tali, che la somma de' quadrati loro sia 20. Onde posto la maggiore ($1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$.) +. Et la minore 1. +, i loro quadrati sono ($3\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $11\frac{1}{4}$.) z; Et 1. z cioe in tutto ($4\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $11\frac{1}{4}$.) z. Et questo è eguale a 20. però la + vale R̸ $8\frac{1}{3}$. m̃ R̸ $1\frac{2}{3}$. & questa è la minore quantità posta essere 1. +, quale moltiplicato per $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. numero delle + posto essere la maggiore fa R̸ $8\frac{1}{3}$. piu R̸ $1\frac{2}{3}$. & questo sarà la maggiore quantità.

$1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. Et 1. Il prodotto è $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$.
La differenza delle due q. è $\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. cioe
R̸ $1\frac{1}{4}$. p̃ $\frac{1}{2}$. il quadrato della quale è $1\frac{1}{2}$. piu R̸ $1\frac{1}{4}$.
eguale al prodotto d'esse due q. come bisogna.

($4\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $11\frac{1}{4}$.) z. Eguale a 20.
$4\frac{1}{2}$. m̃ R̸ $11\frac{1}{4}$.
cioe 9. z. Eguale a 90. m̃ R̸ 4500.
cioe 1. z. Eguale a 10. m̃ R̸ $55\frac{5}{9}$.
cioe 1. +. Eguale a R̸ L 10. m̃ R̸ $55\frac{5}{9}$. ⅃.

5 5 100.
$5\frac{5}{9}$. $3\frac{1}{3}$. differenza $44\frac{4}{9}$.
$8\frac{1}{3}$. $1\frac{2}{3}$. la sua R̸ è $6\frac{2}{3}$.

Cioe R̸ $8\frac{1}{3}$. meno R̸ $1\frac{2}{3}$. vale la +, & è la minore quantità,
R̸ $8\frac{1}{3}$. m̃ R̸ $1\frac{2}{3}$.
via $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. fa R̸ $8\frac{1}{3}$. p̃ R̸ $1\frac{2}{3}$.
R̸ $\frac{1}{4}$. via R̸ $\frac{25}{3}$ fa R̸ $\frac{25}{12}$. da cauarne R̸ $\frac{25}{12}$.
& resta R̸ $\frac{100}{12}$. cioe R̸ $8\frac{1}{3}$.
la somma delle due moltiplicationi transuersali è R̸ $\frac{125}{12}$. m̃ R̸ $\frac{45}{12}$.
ma R̸ $\frac{5}{12}$. in esse entra volte 5. & volte 3. però nella loro differenza entra volte 2. & volte 2. cioe R̸ 4. via R̸ $\frac{5}{12}$.
fa R̸ $\frac{5}{3}$. cioe R̸ $1\frac{2}{3}$. che è il valore d'esso residuo.

Ouero con l'Algebra pure per trouare la maggior quantità la poneremo essere 1. +, che la minore sarà ($1\frac{1}{2}$. m̃ r. $1\frac{1}{4}$.) +, acciò la maggiore alla minore habbi la proportione di $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. ad 1. (che se $1\frac{1}{2}$. p̃ R̸ $1\frac{1}{4}$. maggiore douenta 1. l'1. poi minore douentarà $1\frac{1}{2}$. m̃ R̸ $1\frac{1}{4}$.) i loro quadrati sono 1. z. Et ($3\frac{1}{2}$. m̃ R̸ $11\frac{1}{4}$.) z. Et la somma loro è ($4\frac{1}{2}$. m̃ r. $11\frac{1}{4}$.) z. & questo è eguale a 20. cioe 9. z. Eguale a 90. p̃ r. 4500. Onde la + vale r. $8\frac{1}{3}$. p̃ r. $1\frac{2}{3}$. & questa è la maggior quantità.

Et ben si vede, che il prodotto d'esse due q. r. $8\frac{1}{3}$. p̃ r. $1\frac{2}{3}$. Et r. $8\frac{1}{3}$. m̃ r. $1\frac{2}{3}$. è $8\frac{1}{3}$. m̃ $1\frac{2}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$. Et la differenza d'esse due q. è r. $1\frac{2}{3}$. p̃ r. $1\frac{2}{3}$. cioe r. $6\frac{2}{3}$. il quadrato della quale è $6\frac{2}{3}$. & però è eguale al prodotto loro come si propone; Ancora i quadrati d'esse due q. sono 10. p̃ r. $13\frac{8}{9}$. Et 10. m̃ r. $13\frac{8}{9}$. la somma de i quali è 20 come si propone.

Ouero sia la maggiore 1. +, & la minore 1. la differenza è 1. + m̃ 1. il quadrato della quale è 1. z m̃ 2. + p̃ 1. Eguale al prodotto loro, che è 1. +, però 1. z p̃ 1. è Eguale a 3. +. Onde la + vale $1\frac{1}{2}$. p̃ r. $1\frac{1}{4}$. ò $1\frac{1}{2}$. m̃ r. $1\frac{1}{4}$. ma la maggior valuta è a proposito. Onde quando la minor q. sia 1. la maggiore posta 1. +, sarà $1\frac{1}{2}$. p̃ r. $1\frac{1}{4}$. Ouero posta la minore 1. +, & la maggiore 1. la differenza è 1. m̃ 1. +. il suo quadrato è 1. m̃ 2. + p̃ 1. z. Et è eguale al prodotto delle due q. che è 1. + però 1. z p̃ 1. è eguale a 3. + come prima; Et la + vale pure $1\frac{1}{2}$. p̃ r. $1\frac{1}{4}$. ò $1\frac{1}{2}$. m̃ r. $1\frac{1}{4}$. ma la maggior valuta hora è a proposito, onde quando la maggior quantità sia 1. la minore sarà $1\frac{1}{2}$. m̃ r. $1\frac{1}{4}$. Et seguendo ad operare come di sopra si trouaranno le due quantità.

Ma per deriuarne facilmente la Regola numerale, & anco la lineale sia che si dica.

Trouinsi due quantità tali, che il prodotto loro al quadrato della differenza loro habbi la proportione di 3. a 10. cioe che il quadrato della differenza loro sia volte $3\frac{1}{3}$. quanto il prodotto loro; Et di più che la somma de' quadrati loro sia 20. Et trouaremo la maggior quantità essere r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$. Et perciò la minore douerà essere il suo Residuo, cioe r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. acciochè la somma de' quad. loro sia 20. che il quad. della maggiore è $6\frac{7}{8}$. p̃ $3\frac{1}{8}$. cioe 10. piu il doppio del dutto di r. $6\frac{7}{8}$. in r. $3\frac{1}{8}$. & però il quad. della minore, che hà da essere il restante fino a 20. sarà 10. manco il doppio del dutto delle istesse due r. $6\frac{7}{8}$. & r. $3\frac{1}{8}$. i quad. delle quali gionte insieme deuono fare 10. onde conuiene che esso minore sia r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$.

Pono la minore 1. +. Et la maggiore 1. la differenza è 1. m̃ 1. +, il suo quad è 1. m̃ 2. +, p̃ 1. z. Il loro prodotto è 1. +, che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$. fa $3\frac{1}{3}$. +, & questo è eguale al detto 1. m̃ 2 +, p̃ 1. z. Cioe 1. z p̃ 1. Eguale a $5\frac{1}{3}$. + perilche la + vale $2\frac{2}{3}$. p̃ r. $6\frac{1}{9}$. Ouero $2\frac{2}{3}$. meno r. $6\frac{1}{9}$. Onde la minor quantità sarà $2\frac{2}{3}$. meno r. $6\frac{1}{9}$. quando la maggior sia 1. Et ben vediamo la differenza loro essere r. $6\frac{1}{9}$. meno $1\frac{2}{3}$. il suo quad. è $8\frac{8}{9}$. meno r. $67\frac{3}{81}$. Et il loro prodotto è $2\frac{2}{3}$. meno r. $6\frac{1}{9}$. che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$. fa $8\frac{8}{9}$. meno rad. $67\frac{3}{81}$. che è quanto il quadrato sopradetto della differenza loro.

Hora

Hora faremo nuoua positione; Sia la maggiore quantità 1. +, però la minore sarà ($2\frac{2}{3}$. m̃ R̸ $6\frac{1}{9}$.) + (che se 1. maggiore da $2\frac{2}{3}$. m̃ R̸ $6\frac{1}{9}$. per la minore, se mò la maggiore douenti 1 cosa, la minore similmente douentarà l'istesso $2\frac{2}{3}$. m̃ R̸ $6\frac{1}{9}$. ma sarà +) i loro quadrati sono 1. z. Et ($13\frac{2}{9}$. m̃ R̸ $173\frac{67}{81}$.) z la somma de' quali è ($14\frac{2}{9}$. m̃ R̸ $173\frac{67}{81}$.) z, & è eguale a 20. onde partendo il 20. per il numero de' z, ne verrà il valore del z, & la R̸ sarà il valore della cosa.

Qui il prodotto di 20. via $14\frac{2}{9}$. và poi partito per $28\frac{4}{9}$. che è doppio al $14\frac{2}{9}$. però all'auenimento sarà similmente il doppio di 20. onde esso auenimento sarà 10.

Ancora moltiplicare per 20. & partire il prodotto per $28\frac{4}{9}$. è quanto moltiplicare per 1. & partire per 1. $\frac{4}{9}$. che è $\frac{64}{45}$. però douendo moltiplicare radice $173\frac{67}{81}$. per 20. & partire il prodotto per $28\frac{4}{9}$. questo tutto sarà quãto partirla per $\frac{64}{45}$. cioe per R̸ $\frac{4096}{2025}$. che ne resulta R̸ $85\frac{1}{16}$.

$14\frac{2}{9}$. p̃ R̸ $173\frac{67}{81}$. 20
via $14\frac{2}{9}$. m̃ R̸ $173\frac{67}{81}$. via $14\frac{2}{9}$. p̃ R̸ $173\frac{67}{81}$.
$6\frac{2}{9}$.
$196\frac{4}{81}$. R̸ $\frac{4096}{2025}$. in R̸ $\frac{14080}{81}$.
$202\frac{22}{81}$. 25. 1.
$173\frac{67}{81}$. 256. 880.
partitore $28\frac{4}{9}$. 16. 55.
1375.
ne viene R̸. $84\frac{15}{16}$.
però il z vale 10. p̃ R̸ $85\frac{1}{16}$.
da 100.
resta $14\frac{15}{16}$. la sua R̸ è $3\frac{7}{8}$. che giunto, & cauato a 10. ne resultano $13\frac{7}{8}$. & $6\frac{1}{8}$. le loro mità sono $6\frac{7}{8}$. & $3\frac{1}{8}$. & le R̸ d'esse gionte insieme fanno rad. $6\frac{7}{8}$. p̃ R̸ $3\frac{1}{8}$. ilche è la R̸ del Binomio valore del z, però questa R̸ $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$. è il valore della +, & è la maggiore quantità. Et la minore sarà il Residuo di questa, cioe r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che la somma delli dui quadrati fa il 20. dato. Ouero, quando la maggior quantità sia 1. la minore è $2\frac{2}{3}$. m̃ r. $6\frac{1}{9}$. essendo mò la maggiore r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$. quanto douerà essere la minore. Et vedremo, che sarà r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il Residuo del Binomio continente la maggiore.

✱ Qui mò si può notare, che $2\frac{2}{3}$. m̃ r. $6\frac{1}{9}$. è vna quantità, che moltiplicata per il Binomio r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$. produce il Residuo d'esso Binomio, cioe produce r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$.

Et se dicessimo quale è quella quãtità, che moltiplicata poniamo per il Binomio 8. p̃ r. 40 produca il suo Residuo 8. m̃ r. 40. (ò quale è quella quantità, che moltiplicata per il Residuo 8. m̃ r. 40. pduca il suo Binomio 8. p̃ r. 40.) noi la potremo trouare mediante l'Algebra, ponendo ch'ella sia 1. +. Ouero, partendo simplicemẽte il Binomio dato B. p il suo Residuo R. che l'aueniméto Q sarà la quantita cercata $4\frac{1}{8}$. m̃ r. $17\frac{7}{9}$. quale moltiplicata via il B. pduca il suo residuo 8. m̃ r. 40.

1 | $2\frac{2}{3}$. m̃ r. $6\frac{1}{9}$. (r. $6\frac{7}{8}$. p̃ r. $3\frac{1}{8}$.
via $2\frac{2}{3}$. m̃ r. $6\frac{1}{9}$.

8

r. $6\frac{4}{9}$. via r. $\frac{55}{8}$. Et via r. $\frac{25}{8}$. m̃ r. $\frac{55}{9}$. via r. $\frac{55}{8}$. Et via r. $\frac{25}{8}$.
1 1 3025 1375
440 200 $378\frac{1}{8}$. $171\frac{7}{8}$.
fa r. $48\frac{8}{9}$. & rad. $22\frac{2}{9}$. m̃ r. $42\frac{1}{72}$. Et m̃ r. $19\frac{7}{72}$.
A b B a

r. $\frac{55}{72}$. in r. $\frac{440}{9}$. entra per r. 64. cioe 8. volte; Et in r. $\frac{1375}{72}$. entra per r. 25. cioe 5. volte, che cauato da 8. resta 3. che è r. 9. da moltiplicare per r. $\frac{55}{72}$. & fa r. $\frac{55}{8}$. cioe r. $6\frac{7}{8}$. & questo è la sõma di A. & a, cioè quãto importa r. $48\frac{8}{9}$. m̃ rad. $19\frac{7}{72}$. rad. $\frac{1}{72}$. in rad. $\frac{3025}{72}$. entra per r. 3025. cioe volte 55. & in R̸ $\frac{200}{9}$. che è r. $\frac{1600}{72}$. entra per r. 1600 cioe volte 40. che cauato da 55. resta 15. da moltiplicare con r. $\frac{1}{72}$. & fa r. $\frac{225}{72}$. cioè r. $3\frac{1}{8}$. & questo è m̃, & è la somma di r. $22\frac{2}{9}$. b. con m̃ r. $42\frac{1}{72}$. B. cioè il loro composto è m̃ r. $3\frac{1}{8}$. quale con r. $6\frac{7}{8}$. trouato per somma di A. & a, fa r. $6\frac{7}{8}$. m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il prodotto della nostra moltiplicatione, quale partito per 1. ne viene l'istesso, & però ella è la quantità minore.

Et conuersamẽte il Binomio della quantita, cioe $4\frac{1}{8}$. p̃ r. $17\frac{7}{9}$. faria la quantita, che moltiplicata via il residuo 8. meno rad. 40. produrria il suo Binomio 8. p̃ r. 40.

con 8. p̃ r. 40. si parta 8. m̃ r. 40.
8. m̃ r. 40. 8. m̃ r. 40.
24. partitore. 104. m̃ r. 10240. $426\frac{2}{3}$.
ne viene $4\frac{1}{3}$. m̃ r. $17\frac{7}{9}$.
che moltiplicata via 8. p̃ r. 40.
produce il Residuo 8. m̃ r. 40.

Et si può notar, che in questi casi la quantita Q. è tale, che il quadrato della maggior parte supera il quad della minore in 1. &

1.& però ella ſia Binomio, ò Reſiduo di numero, & ℞ ella ſarà quadrata. Ancora il prodotto della minor parte d'eſſa, nella minor parte del Binomio B. è ſempre quanto il prodotto della maggior parte del Binomio B. in 1. manco della maggior parte della quantità Q. accioche moltiplicando poi la maggior parte del Binomio, per tutta la intiera parte maggiore della quantità Q. queſto prodotto ſuperi il prodotto p. nella maggior parte del Binomio B. Ma poi il prodotto r. della maggior parte del Binomio B. nella minor parte della Q deue fare quanto il prodotto della minor parte del Binomio B. in 1. piu della maggior parte della quantità Q. acciò che il prodotto poi della maggior parte del Binomio B. nella ſola maggior parte della Q. ha ſuperato dal prodotto della maggior parte del Binomio nella minor parte della Q. (quale è meno) in vna volta la minor parte del Binomio cioe accioche a cauare il prodotto hora di $4\frac{1}{2}$. via rad. 40. dal prodotto di 8. via rad. $17\frac{7}{9}$ che è meno, reſti rad. 40. ma che ſarà meno.

$3\frac{1}{3}$. (cioe 1. manco di $4\frac{1}{3}$.) via 8. deue fare quanto ℞ 40. via ℞ $10\frac{7}{9}$. perilche eſſe due ℞ hanno fra loro proportione quadrata douendo produrre numero rationale.

$3\frac{1}{3}$. ℞ $17\frac{7}{9}$. $\frac{1600}{9}$. fa ℞ $\frac{6400}{9}$. cioe $\frac{80}{3}$,
via 8. via ℞ 40.
fa $26\frac{2}{3}$. fa $28\frac{2}{3}$.

Et ancora $5\frac{1}{3}$ via ℞ 40. deue fare quanto 8. via ℞ $17\frac{7}{9}$.
$\frac{16}{3}$. cioe ℞ $\frac{256}{9}$. via ℞ 40 fa ℞ $\frac{10240}{9}$. cioe ℞ $1137\frac{7}{9}$.
8. cioe ℞ 64. via ℞ $\frac{160}{9}$. fa ℞ $\frac{10240}{9}$. cioe ℞ $1137\frac{7}{9}$.

✳ Per farne la proua diremo il quad. della maggior quantità è 10. p̃ (r. $6\frac{7}{8}$. via r. $1\frac{1}{8}$. 2. volte;)

Il quad. della minore è 10. m̃ r. $6\frac{7}{8}$. via r. $3\frac{1}{8}$. 2. volte, però la ſomma d'eſſi dui quadrati è 20 come ſi propone.

Il rettangolo delle due quantità è $6\frac{7}{8}$. m̃ $3\frac{1}{8}$. cioe $3\frac{3}{4}$.

La differenza delle due quantita è rad. $3\frac{1}{8}$. 2. volte, cioe r. $12\frac{1}{2}$. il ſuo quad è $12\frac{1}{2}$, al quale il $3\frac{3}{4}$. rettãgolo loro hà la proportione di 15. a 50. cioe di 3. a 10, come ſi propone.

Dall'operatione Algebratica di queſto queſito, ſe ne può dedurre la ſeguente Regola numerale per riſoluere i queſiti ſimili.

Al denominatore della proportione, che hà il quadrato della differenza delle due quantità, al prodotto loro ſi giunga ſempre 2. (che come ſi vede nella Operatione Algebratica al $\frac{1}{3}$. ✱ ſi gionge ſempre 2. ✱, & fa le $5\frac{1}{3}$. ✱, che ſono ſempre eguali ad 1. ✱ piu 1. & dal quadrato della mità M. della ſomma ſi caui ſempre 1. (che è dal quadrato della mità del numero delle ✱, cauare il numero ſempre 1. che è con l'1. ✱,) & la ℞ del reſtante ſi caui dalla mità M. & il reſultante ſi chiami N. (che nella Operatione è la quantità minore quando la maggiore ſia 1.) Dipoi al quadrato di queſto N. ſi giunga ſempre 1. (che nella Operatione Algebratica ſi vede, che poſto la maggiore 1. ✱, & la minore il numero delle ✱ ſignificato da N. (cioe hora (a $\frac{1}{3}$. m̃ r. $6\frac{1}{9}$.) ✱. Si giongono i loro quadrati inſieme, & il cõpoſto che è ✱, è ſempre eguale alla ſomma data (hora 20.) de' quadrati delle due quantità, & perciò in queſta Equatione di ✱ eguale a numero ſi parte ſempre il numero (hora 20) per il numero de' ✱, & la r. dell'auenimento è il valore della ✱, & perciò è la maggior quantità poſta 1. ✱, quale moltiplicata poi per l'N. il prodotto è la minore) & con la ſomma ſi parta la ſomma data de' quadrati delle due quantità, che la Radice dell'auenimento ſarà la quantità maggiore, quale ſi moltiplichi per N. che il prodotto ſarà la minore.

Per eſſempio eſſendo la ſomma de' quadrati delle due quantita 20. Et la proportione del prodotto delle due quantita al quadrato della differenza loro come da 2. ad 1. per trouare le due quantita. Eſſendo dal quadrato della differenza loro al loro prodotto come da 1. a 2. & però il ſuo denominatore $\frac{1}{2}$. li giongeremo il 2. per regola, & fa $2\frac{1}{2}$. la ſua mita M. è $1\frac{1}{4}$. il quadrato di queſto è $\frac{25}{16}$. da cauarne ſempre 1. & reſta $\frac{9}{16}$. la ſua Radice, che è $\frac{3}{4}$. ſi caua da M. $\frac{1}{4}$. & reſta $\frac{1}{2}$. che è N. al quadrato del quale N. che è $\frac{1}{4}$. ſi gionge ſempre 1. & fa $1\frac{1}{4}$. con il quale ſi parte il 20. ſomma data de' quadrati delle due quantita, & ne viene 16. la rad. del quale è 4. & queſta è la quantita maggiore, quale ſi moltiplica per N. $\frac{1}{2}$. & fa 2. & queſto 2. è la quantita minore.

Et nel ſecondo eſſempio eſſendo pure la ſomma de' quadrati delle due quantita 20. ma il prodotto d'eſſe due quantita eguale al quadrato della differenza loro, cioe la proportione del prodotto loro al quadrato della differenza loro come da 1. ad 1. & però anco dal quadrato della differenza loro al prodotto loro come da 1. ad 1. il denominatore della qual proportione è 1. noi per trouare le due quantita al detto denominatore 1. giongeremo il 2. per regola, & fa 3. la ſua mita M. è $1\frac{1}{2}$. il ſuo quadrato è $2\frac{1}{4}$. da cauarne ſempre 1. & reſta $1\frac{1}{4}$. la ℞ del quale, che è ℞ $1\frac{1}{4}$.

ſi caua

ſi caua da M. $1\frac{1}{2}$. & reſta $1\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $1\frac{1}{8}$. che è l'N. al quadrato del quale N. che è $3\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $11\frac{1}{4}$. ſi gionge ſempre 1. & fa $4\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $11\frac{1}{4}$. con il quale ſi parte il 20. ſomma data delli quadrati delle due quantità, & ne viene 10. piu ℞ $55\frac{5}{9}$. la ℞ del quale cioe ℞ $8\frac{1}{3}$. piu ℞ $1\frac{2}{3}$. è la maggior quantità, quale moltiplicata per N. $1\frac{1}{2}$. meno radice $1\frac{1}{4}$. produce radice $8\frac{1}{3}$. meno radice $1\frac{2}{3}$. (Reſiduo della radice $8\frac{1}{3}$. piu radice $1\frac{2}{3}$. Binomio detto maggior quantita) & queſto è la minore quantita; Ouero trouato la maggiore quantità eſſere rad. $8\frac{1}{3}$. piu rad. $1\frac{2}{3}$. che hà per quadrato 10. piu rad. $55\frac{5}{9}$. queſto ſi caui da 10. ſomma data de' quadrati delle due quantità, & reſta 10. m̃ rad. $55\frac{5}{9}$. che è il quadrato della quantità minore, però la ſua r. cioe r. $8\frac{1}{3}$. m̃ r. $1\frac{2}{3}$. ſarà la quantità minore.

Con $4\frac{1}{2}$. m̃ r. $11\frac{1}{4}$. partaſi 20.

$4\frac{1}{2}$. p̃ r. $11\frac{1}{4}$. $4\frac{1}{2}$. p̃ r. $11\frac{1}{4}$.
9. 90. p̃ r. 4500.

auenimanto 10. p̃ r. $55\frac{5}{9}$. da pigliarne la rad.

100.
10 10 $44\frac{4}{9}$. $\frac{400}{9}$. $\frac{20}{3}$.
$6\frac{2}{3}$. $6\frac{2}{3}$.
$16\frac{2}{3}$. $3\frac{1}{3}$. è la maggior quantità.

via N. $1\frac{1}{2}$. m̃ rad. $1\frac{1}{4}$.
fa r. $8\frac{1}{3}$. m̃ rad. $1\frac{2}{3}$.

Cauiſi il dutto di $1\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{2}{3}$. cioe de rad. $\frac{9}{4}$. via r. $\frac{5}{3}$. dal dutto di rad. $8\frac{1}{3}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe di rad. $\frac{25}{3}$. via rad. $\frac{5}{4}$. che è m̃, & il reſtante ſarà meno. Qui perche i dui prodotti de' denominatori 3. & 4. in ciaſcun dutto è vn'iſteſſo 12. terremo conto ſolo de' numeratori, & haueremo 9. via 5. & 25. via 5. & laſſando i dui 5. eguali, attenderemo al 9. & al 25. che rad. 9. in rad. 25. entra per rad. $\frac{25}{9}$. che è $\frac{5}{3}$. però nel reſtante, ò differenza de' dui dutti entrara 1. volta manco, cioe ſolo volte $\frac{2}{3}$. che e rad. $\frac{4}{9}$. da moltiplicare hora via il minor dutto, cioe via rad. $\frac{9}{4}$. via rad. $\frac{5}{3}$. che fa rad. $\frac{5}{3}$. (perche rad. $\frac{4}{9}$. via rad. $\frac{9}{4}$. ſuo conuerſo fa rad. 1. che via rad. $\frac{5}{3}$. poi fa pure rad. $\frac{5}{3}$.) però a cauare il dutto di rad $\frac{9}{4}$. via rad. $\frac{5}{3}$. & è piu del dutto di rad. $\frac{25}{3}$. via r. $\frac{5}{4}$. & è meno reſtarà r. $\frac{5}{3}$. cioè rad. $1\frac{2}{3}$. & è meno.

Ancora cauiſi il dutto di r. $1\frac{1}{4}$. via r. $1\frac{2}{3}$. cioe di r. $\frac{5}{4}$. via r. $\frac{5}{3}$. & è meno, dal dutto di $1\frac{1}{2}$. via r. $8\frac{1}{3}$. cioe di r. $\frac{9}{4}$. via r. $\frac{25}{3}$. che il reſtante ſarà piu. Qui perche il prodotto de' denominatori è vn iſteſſo 12. tenendo conto ſolo delli numeratori, perche il dutto di 5. via 5. è quanto il ſolo 25. del $\frac{25}{3}$. reſtarà ſolo nel maggiore il numeratore 9. però il minor prodotto entrarà nel maggiore per r. 9. cioe 3. volte, & però nella differenza loro entrarà ſolo 2. volte, onde moltiplicando il minore per 2. cioe per rad. 4. haueremo rad. 4. via rad. $\frac{5}{4}$. via rad. $\frac{5}{3}$. cioe rad. 5. via rad. $\frac{5}{3}$. che fa rad. $8\frac{1}{3}$. però a cauare il dutto di rad. $1\frac{1}{4}$. via rad. $1\frac{2}{3}$. dal dutto di $1\frac{1}{2}$. via rad. $8\frac{1}{3}$. reſta rad. $8\frac{1}{3}$. (Et ben ſi vede, che rad. $\frac{1}{4}$. via rad. $\frac{5}{3}$. fa rad. $\frac{25}{12}$. cioe rad. $2\frac{1}{12}$. che è la mità di rad. $8\frac{1}{3}$. da cauarſi da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{3}$. onde cauando $\frac{1}{2}$. volte rad. $8\frac{1}{3}$. (che è la rad. $2\frac{1}{12}$.) da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{3}$. reſtarà ſolo 1. volta la medeſma rad. $8\frac{1}{3}$. & però ſarà la iſteſſa rad. $8\frac{1}{3}$.) Et coſi habbiamo anco con la moltiplicatione de' N. nella maggior quantità trouato che il prodotto è il ſuo Reſiduo rad. $8\frac{1}{3}$. meno rad. $1\frac{2}{3}$. & è la quantità minore.

Di qui anco ſi potrà eſtrahere al ſolito la Regola lineale.

Ma eſtrahendo la Regola numerale dal diſcorſo primiero, noi per comodità al 20. ſomma de' quad. delle due q. daremo nome di B. Et alli 3. & 10. termini della proportione che deue hauere il rettangolo delle due q. al quad. della differenza loro daremo nome di R. & S. & la Regola potrà eſſere queſta. Giongaſi 6. doppio di R. con S. 10. & fa 16. qual 16. ad R. 3. hà ſempre la proportione che hà B. 20. al rettangolo delle due quantità, qual rettangolo chiamaremo A. però moltiplicaremo R. 3. via B. 20. & il prodotto 60. partiremo per il 16. che l'auenimento $3\frac{3}{4}$. chiamaremo S. rettangolo delle due quantità; Il doppio di queſto A. cioe $7\frac{1}{2}$. ſi caui da B. 20. & il reſtante $12\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della differenza delle due quantità, però eſſa differenza ſarà rad. $12\frac{1}{2}$.

Ancora l'iſteſſo $7\frac{1}{2}$. ſi giunga al medeſimo B. 20. che la ſomma $27\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della ſomma delle due quantità, però eſſa ſomma loro ſarà rad. $27\frac{1}{2}$. Onde l'vna ſarà il compoſto della mità della ſomma giontoli la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. piu rad. $3\frac{1}{8}$. Et l'altra ſara la mita della ſomma, manco la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. meno rad. $3\frac{1}{8}$. Cioe la maggior quantita è vn Binomio, & la minore è il ſuo Reſiduo. Con Regola breue dunque ſi potra dire.

Dati R. & S. termini della ꝓportione, che ha il rettãgolo di due q. al quad. della differẽza loro;

Et

Et dato B. sõma de' quad. loro; Questo B. si moltiplichi per R. & il prodotto si parta per il cõposto di S & doppio di B. Et il doppio dell'auenimento si giunga, & caui al B. & di ciascuno de i dui resultanti M. somma, & N. restãte si pigli la ℞ quadra, che all'hora la somma delle mità loro sarà la quantita maggiore, & quello che resta a cauare la mità della minore N. dalla mità della maggiore M. sarà la quantità minore.

Et dicendosi si vogliono fare due Camese quadre A, & B. tali, che li dui piani, ò superzcie d'esse siano in tutto grandi come è il sito, ò superficie della loggia a b c d; Et che facendo vn'altra Camera C. quadra, che sia per lato tanto quanto è la differenza del lato della Camera A. al lato della B. Et anco facendo vn Andito D. quadrangolo rettangolo, che per lunghezza habbia vn lato della Camera A. & per larghezza vn lato della Camera B. il piano, ò superficie di quell'Andito al piano della Camera quadra C. habbi la conuenienza, ò proportione, che hà retta R. alla retta S. ò che hà la superficie M. alla superficie N.

Noi seruendoci della Regola numerale, quale applicaremo alle linee, pigliaremo per vnità lineale vna retta a beneplacito, & sia V. rispetto alla quale poniamo che R. sia 3. & S. 10. Et che a b sia 5. & a d 4. che cosi il quadrangolo rettangolo a b c d. sarà 20. qual numero di 20. conuiene ridurre a linea, moltiplicando la a b via la b c, che sarà alla V. vnità prima. Et a b 5. & b c 4. seconda, & terza, trouare la quarta proportionale, & sia b g.

Ancora se fussero date non le rette R. 3. & S. 10. ma le due superficie M. & N. 30. & 100. ò 3. & 10. conuerria ridurre i numeri loro a linee nel medesimo modo, quali linee se fussero li 30. & 100 numeri grandi, essi si possono abbreuiare, ò schisare, pigliando solo la mità, ò l'$\frac{1}{3}$. ò l'$\frac{1}{4}$. ò l'$\frac{1}{5}$. ò l'$\frac{1}{10}$. ò l'$\frac{1}{20}$. ò altra parte, ò parti cosi dell'vna come dell'altra, acciò resti sempre fra loro la proportione istessa delli numeri delle due superficie, ò linee grandi; Cosi anco quando le prime linee fussero molto corte, elle per comodita si possono allungare, doppiandole, ò treppiãdole, &c. Hor sia che i numeri delle due superficie date M. & N. ò presi come sono, ò abbreuiati siano ridotti nelle due rette R. S. che rispetto alla vnita diremo essere 3, & 10. (che gli diamo i nomi di numeri per comodità, non già perche nell'operare Geometrico astratto sia dibisogno conoscerle per numero.) Questo inteso noi come insegna la Regola, moltiplicaremo il 20. per R. 3. cioe all'V. vnità prima a 20. & R. 3. secõda, & terza, trouaremo la quarta proportionale, & sia h i 60. quale si hà da partire per il composto di R. & doppio di S. cioe per 16. Ilche è a 16. partitore prima 60. da partire, & Vnità, seconda, & terza, trouare la quarta proportionale, & sia la $3\frac{3}{4}$. il doppio della quale, che sarà la $7\frac{1}{2}$. si giunga, & caui alla, & dalla 20. & siano i resultãti la $27\frac{1}{2}$. & la $12\frac{1}{2}$. di ciascuna delle quali si pigli la ℞ quadra, che sono la media proportionale fra $27\frac{1}{2}$. & la Vnità; Et la media proportionale fra la $12\frac{1}{2}$. & la Vnità, cioe sono le ℞ $27\frac{1}{2}$. Et ℞ $12\frac{1}{2}$. che gionto insieme; Et cauata anco la minore dalla maggiore. & delli dui resultanti prese le mita haueremo le ℞ $6\frac{7}{8}$. piu ℞ $3\frac{1}{8}$. Et ℞ $6\frac{7}{8}$. m̃ ℞ $3\frac{1}{8}$. che sono le due quantità cercate, cioe i lati delle due Camere quadre A. & B.

La proua del che potrà anco essere (oltre il bastare a dire, che la Regola deriua dalla certissima Dottrina Algebratica) la applicatione delli numeri di mano in mano alle linee che si adoprano, & veder poi se le quantità che si trouino faccino quanto si ricerca, che non lo facendo questo saria segno di hauere operato male, & conuerria veder doue, & emendare l'errore, che perciò per sicurezza nell'operare, è ben fatto alle linee di mano in mano dar nome di numeri (& che siano quelli numeri, che realmente se le conueniriano operando per numero) che è anco piu comodo che il nominarle con le lettere dell'Alfabeto.

Et perche si hà da pigliarevna retta a beneplacito, che serua per vnità lineale, sarà molto espediente, & si facilitarà la operatione, se pigliaremo per vnità lineale vna delle rette, che si adoprano nel Quesito, poniamo la R. che perciò di 3. douentarà 1. Onde la S. douentarà $3\frac{1}{3}$. Et le a b, b c douentaranno $1\frac{1}{3}$. & $1\frac{2}{3}$. perilche la grandezza 20. della loggia, douentarà $2\frac{2}{9}$. Et per schiuare anco l'hauere a nominare le superficie M. N. ò le linee R. & S. particolarmente sarà bene, che diamo tali numeri alle a b, b c, formanti le superficie rettangolo a b c d. $2\frac{2}{9}$. che elle ritẽghino fra loro la proportione delle R. 1. & S. $3\frac{1}{3}$. cioe trouaremo due rette nella proportione di 1. & $3\frac{1}{3}$. il prodotto delle quali sia $2\frac{2}{9}$. che poste elle essere 1. x, & $3\frac{1}{3}$. x, il prodotto loro $3\frac{1}{3}$. z, sarà eguale $2\frac{2}{9}$. & però 1. x sara ℞ $\frac{2}{3}$. Et $3\frac{1}{3}$. x, sarà ℞ $7\frac{11}{27}$. Et hora potremo formare il Quesito con più breuità dicendo.

Si vogliono fare due Camere quadre P. Q. tali, che li dui piani, ò superficie loro in tutto siano quanto è la superficie della Loggia rettangola B. Et che facendo vn'altra Camera C. quadra, quale per lato sia quanto la differenza del lato della Camera P. al lato della Q. Et anco facendo vn Andito D. rettãgolo, che per lunghezza habbi vn lato della Camera P. & per larghezza vn lato della Camera Q. il piano di questo Andito, al piano della Camera quadra C. habbi la conue-

nienza

nienza, che hà la larghezza della loggia B. alla sua lunghezza S. si domandano i lati delle due Camere P. Q.

Ma hora si deue notare, che le linee R. & S. non essendo più l'1. & $3\frac{1}{3}$. che haueuamo supposto, ne apparendo vestigio d'altre linee nel Quesito che delle radici $\frac{2}{3}$. & radici $7\frac{11}{27}$. noi potremo adoprare vna di queste per vnità lineale. Et se vorremo che il rettangolo B. habbi la grandezza 20. prima intentione, & non $2\frac{2}{9}$. che non occorre, tromaremo i lati a questo 20. conuenienti nella proportione di 3. a 10. ò di 1. a $3\frac{1}{3}$. che hauendo $3\frac{1}{3}$. censi, eguale a 20. cioe 10. z eguale a 60. il censo valerà 6. & però la x sarà r. 6. per il lato minore, ò larghezza R. essendo poi la lunghezza S. 20. cioe r. $66\frac{2}{3}$. Et hora pigliando per vnità lineale la R rad. 6. vorremo operando come ℞ 6. insegna la Regola numerale, cioe

Moltiplicaremo il numero 20. per radice 6. R, cioe per la vnità lineale; Ma notisi, che volendo noi hora, che radice 6. R. douenti vnità, il radice $66\frac{2}{3}$. S. non sarà piu radice $66\frac{2}{3}$. rispetto a detta vnità, ma conuerrà accomodare il suo numero di modo, che si trasmuti in nuouo numero, si come radice 6. si è trasmutato in 1. però diremo; Se radice 6. douenta 1. che douentarà radice $66\frac{2}{3}$. & vedremo, che douentarà radice $11\frac{1}{9}$. cioe $3\frac{1}{3}$. come a punto sappiamo douere essere S. rispetto alla vnità attribuita hora ad R. Et perche a moltiplicare hora R. 1. via S. $3\frac{1}{3}$. produce $3\frac{1}{3}$. sapremo, che hora il rettangoln B. sarà di superficie $3\frac{1}{3}$. Onde il numero d'esso rettangolo, cioe $3\frac{1}{3}$. sara l'istesso, che è il numero di S. $3\frac{1}{3}$. & però schiuaremo la operatione cõ la quale si riduce in linea il numero d'esso rettangolo B. che saria trouando alla vnita prima alla R. 1. & S. $3\frac{1}{3}$. seconda, & terza, la quarta proportionale, poiche essa quarta viene ad essere la S. terza $3\frac{1}{3}$ si come la seconda R. 1. è la vnita istessa prima. Hora questa quarta proportionale, cioe S. $3\frac{1}{3}$. si ha da partire per il composto di S. & doppio di R. che è $5\frac{1}{3}$. ilche è a $5\frac{1}{3}$. partitore prima $3\frac{1}{3}$. S. da partire, & vnita R. seconda, & terza, trouare la quarta proportionale, che vedremo essere la $\frac{5}{8}$. il doppio della quale, cioe la $1\frac{1}{4}$. si giunge, & caua al numero della B. cioe a $3\frac{1}{3}$. (che è l'istesso della S. $3\frac{1}{3}$.) & ne resultano la $4\frac{7}{12}$. Et la $2\frac{1}{12}$. di ciascuna delle quali si piglia la radice quadra, che è fra la vnita R. & la $4\frac{7}{12}$. trouare la media proportionale; Et ancò fra la vnita R. & la $2\frac{1}{12}$. trouare la media proportionale, & vedremo esse medie, ò radici di $4\frac{7}{12}$. & di $2\frac{1}{12}$. essere radice $4\frac{7}{12}$. & radice $2\frac{1}{12}$. la minore delle quali, cioe radice $2\frac{1}{12}$. si giunge, & caua alla maggiore radice $4\frac{7}{12}$. & di ciascuno delli dui resultanti, che sono radice $4\frac{7}{12}$. piu radice $2\frac{1}{12}$. Et radice $4\frac{7}{12}$. meno radice $2\frac{1}{12}$. si piglia la mità, & haueremo radice $1\frac{7}{48}$. piu radice $\frac{25}{48}$. Et radice $1\frac{7}{48}$. meno radice $\frac{25}{48}$. & queste sono le due linee cercate, cioe i lati delle due Camere quadre P. & Q. domandati. Et esperimentando questi numeri vedremo li quadrati loro essere $1\frac{2}{3}$. piu (il doppio di radice $1\frac{7}{48}$. via radice $\frac{25}{48}$.) Et $1\frac{2}{3}$. meno (il doppio di radice $1\frac{7}{48}$. via radice $\frac{25}{48}$.) & però la somma loro essere $3\frac{1}{3}$. che è la grandezza del rettangolo B. (che saria 20. quando si dicesse R. vnità essere radice 6. & S. posta $3\frac{1}{3}$. essere radice $66\frac{2}{3}$.) Ancora il rettangolo, ò prodotto di detti dui numeri, ò quantità (delle quali essendo la maggiore Binomio, si vede la minore essere poi il suo Residuo) è $1\frac{7}{48}$. meno $\frac{25}{48}$. cioe $\frac{5}{8}$. La differenza delle medesme due quantità è ℞ $\frac{25}{48}$. due volte, cioe ℞ $2\frac{1}{12}$. il quad. della quale è $2\frac{1}{12}$. & a questo il prodotto $\frac{5}{8}$. hà la proportione di 15. a 50. cioe di 3. a 10. che è la istessa di R. ad S. come si ricerca, però siamo sicuri d'hauere operato bene. Hora di qui potremo deriuare la Regola breue lineale, & dire.

Essendo data la proportione del rettangolo de' dui lati delle Camere quadre P. Q. al quadrato della differenza de' medesmi dui lati essere come da R. ad S. lati angolari continenti la loggia rettangola B. la superficie della quale è eguale alla somma delle superficie delle due Camere quadre P. Q. Per trouare il lato della P. & il lato della Q. Giungasi la linea S. con il doppio della R. & alla somma che sia prima alla R. & alla S. che siano seconda, & terza, si troui la quarta proportionale, quale si doppij, & ne venga G. Ouero (che resulta il medesmo;) Giungasi la linea R. con la mità di S. & alla somma presa per prima alla R. & alla S. prese per seconda, & terza, si troui la quarta proportionale, & sia G. quali si giunga alla S. & anco si caui dalla istessa S. & ne deriuino E. & F. poi fra la R. & la E. si troui la media proportione, & sia H. Ancora fra la R. & la F. si troui la media proportiouale, & sia. Poi si giunga I. ad H. & ne resulti L. Ancora si caui I. da H. & ne resulti M. Di più si pigli la mità di L. & sia N. & la mità di M. & sia O. che all'hora N. & O. saranno i lati cercati, l'vno, cioe N. della maggiore delle due Camere quadre P. Q. l'altro cioe O. dell'altra Camera minore.

Cosi anco nella Regola numerale si può dire. Giongasi R. 3. con la mità 5. di S. 10. è con la

som-

somma 8. si parta il dutto di R. 3. nel numero 20. del rettangolo dato, & ne viene 7 1/2. questo si giunga, & caui al numero 20. del rettangolo dato, & di ciascuno delli dui risultanti 27 1/2. & 12 1/2. si pigli la ℞ quadra, delle quali la minore si giunga, & caui alla maggiore, & di ciascuno delli dui risultanti si pigli la mità, che esse due mità saranno i due lati cercati, l'vno dell'vna delle due Camere quadre P. Q. l'altro dell'altra.

Ancora nella Regola lineale senza nominare linee proportionali, ne dire trouinsi le medie fra R. & E. Et fra R. & F. che forsi gl'operanti non l'haueriano imparato, ò non lo sapriano fare, si potrà esplicare in parole ciascuna delle due operationi intieramente, onde dando la Regola si potrà dire.

Giongasi la linea R. con la mità di S. & al composto C. r. si accompagni in lungo la R. & la somma per comodità si chiami C. v. che la R. verrà ad essere la r. v. Ancora alla C. r. dal termine C. principio d'essa, si accompagni angolarmente come si vogli la linea S. & si chiami hora C. t. poi si segni la retta t. r. alla quale dal punto n. si tiri vna retta equidistante, & si segni x. doue ella concorre con la C. t. allungata dalla banda del termine t. & si noti questo allungamento t. x. ma hora essa t. x. per comodità si chiami G. quale si giunga, & caui alla S. & la somma sia s. o. & il restante r. o. a ciascuna delle quali si giunga in lungo la R. che hora chiamaremo o. n. & siano i composti s. o. n. Et r. o. n. sopra a ciascuno de'quali presi come diametri, si segni vn mezo cerchio, & a ciascuno d'essi dal punto o. si eleui vna retta perpendicolare nel semicircolo segnando i punti m. & u. doue arriuano alla circonferenza, & siano esse perpendicolari la maggiore o. m. che chiamaremo H. & la minore o. u. che chiamaremo I. Poi si giunga, & caui I. da H. & ne resultino L. somma maggiore. Et M. restante minore. Et ciascuna d'esse L. & M. si diuida in due parti eguali, che all'hora la mità di L. & sia N. sarà il lato d'vna delle due Camere quadre P. Q. & la mità di M. & sia O. sarà il lato dell'altra d'esse due Camere quadre.

ADopraremo hora questo luogo con vn essempio del partire per vn Trinomio.
Per ℞ 10. p̃ ℞ 2. p̃ 1. partasi 41.
via ℞. 10. m̃ ℞ 2. p̃ 1. facẽdo vna parte m̃. 1. via ℞ 10. m̃ ℞ 2. p̃ 1. fa l'istesso, & questo
fa 10. m̃ 2. p̃ ℞ 40. p̃ 1.
cioe 9. p̃ ℞ 40.
via 9. m̃ ℞ 40. suo Residuo
fa 41. partitore, che nel 41. da partire entra per volte 1.
ma dicendo 9. p̃ ℞ 40.
via ℞ 40 m̃ 9
fa meno 41. partitore, quale in 41. da partire, entra per volte meno 1. (che meno 1. auenimento via meno 41. partitore fa piu 41. che si parte) hora moltiplicando meno 1. con ℞ 10. meno rad. 2. piu 1. fa meno ℞ 10. piu ℞ 2. meno 1. Et questo via rad. 40 meno 9. fa meno 20. piu rad. 80. meno rad. 40. piu rad. 810. meno rad. 162. piu 9. Cioe rad. 490. piu rad. 80. meno rad. 162. meno 11. come prima per l'auenimento.

via 9 m̃ ℞ 40.
℞ 810. m̃ ℞ 162. p̃ 9. m̃ 20. p̃ ℞ 80. m̃ ℞ 40.
℞ 490. p̃ ℞ 80. m̃ ℞ 162. m̃ 11.

Et cosi vediamo, che se bene nel ridurre il Partitore, ò sia Trinomio, ò Quadrinomio, ò Binomio, ci venisse moltiplicato per qualche quantità, che producesse per partitore vn meno, in cambio d'vn piu, poriamo nondimeno seruircene a partire la quautità data, auuertendo che a partitore più per meno, ne vien meno (perche a moltiplicare meno, auenimento via meno partitore fa più quantità che si parte.

Ma a partire meno per meno, ne vien più, perche a moltiplicare piu auenimento, via meno partitore fa meno (quantità che si parte); Quando poi il partitore è piu, l'auenimento è della qualità della quantità che si parte, & però a partire più per più, ne viene piu. Et a partire meno per più, ne viene meno.

Ouero
Per r. 10. p̃ r. 2. p̃ 1. si parta 41.
via r. 10. m̃ r. 2. m̃ 1. facendo che due quantità partiali siano m̃.
fa 10. m̃ 2. m̃ r. 8. m̃ 1.
cioe 7. m̃ r. 8.
via 7. p̃ r. 8. suo Binomio.
fa 41. partitore rationale, che in 41. da partire entra volte 1. da moltiplicare via rad. 10. meno

meno rad. 2. meno 1. che fa rad. 10. meno rad. 2. meno 1. & questo via 7. meno rad. 8. fa rad. 490. piu rad. 80. meno rad. 162. meno 11. che è l'auenimento.
r. 10. m̃ r. 2. m̃ 1.
r. 8. p̃ 7.
fa r. 80. m̃ 4. m̃ r. 8. p̃ r. 490. m̃ r. 98. m̃ 7.
cioe r. 490. p̃ r. 80. m̃ r. 162. m̃ 11.
Ouero
r. 10. p̃ r. 2. p̃ 1.
via r. 10. p̃ r. 2. m̃ 1.
10. p̃ r. 80. p̃ 2. m̃ 1.
cioe 11. p̃ r. 80.
r. 10. p̃ r. 2. m̃ 1.
via 11 m̃ r. 80.
fa r. 1210. p̃ r. 242. m̃ 11. m̃ r. 800. m̃ r. 160. p̃ r. 80.
cioe r. 490. p̃ r. 80. m̃ r. 162. m̃ 11. che l'auenimento.
fa 41. partitore rationale.

IL FINE.

Fr. Paulus M. Donzellus Sac. Theol. Mag. & Theolog. Illustris. & Reuerendiss. D. Card. Archiepiscopo reuisor.

Imprimatur
Fr. Hierony. Onuphr. Consultor Sanctis. Inquisitionis pro Reuerendiss. P. Inq. Bonon.

FA
6A
35